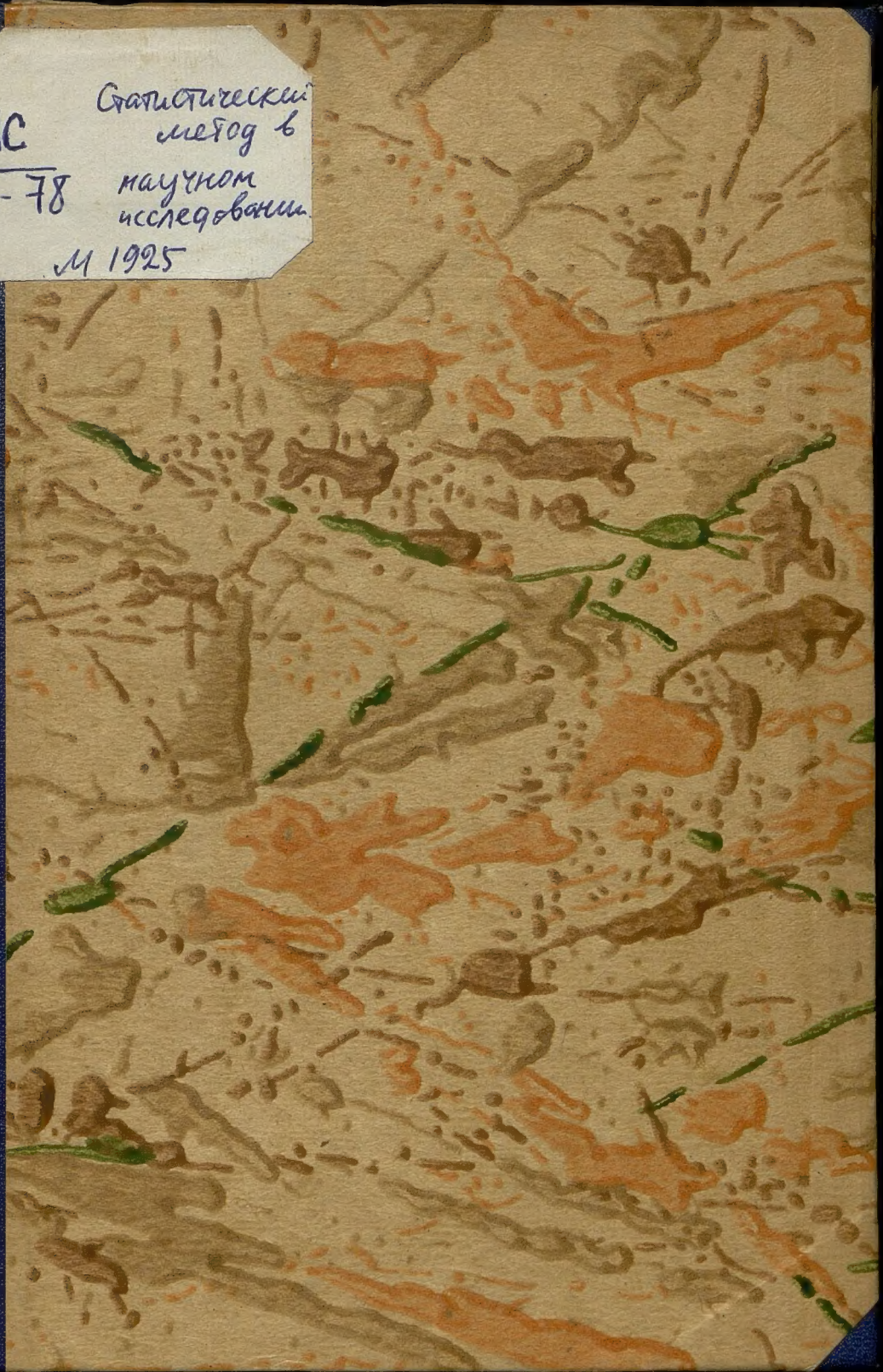
АС
С-78
Статистический метод в научном исследовании
М 1925



СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД В НАУЧНОМ ИССЛЕДОВАНИИ

АС
С 78

ИЗД-ВО КОММУНИСТИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ

группы входят - т.т. КАРПИН-
СТЕР.
ого расслоения в деревне за-
ских хозяйств по Северо-Кав-
рально-черноземной, Централь-

Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

КОММУНИСТИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
СЕКЦИЯ НАУЧНОЙ МЕТОДОЛОГИИ

АС
С78

Статистический метод в научном исследовании

Опыт коллективной интернаучной работы

ОБЪЕДИНЕННАЯ БИБЛИОТЕКА И. К. П.
148143.

Под общей редакцией
М. Смит и А. Тимирязева

Издательство Коммунистической Академии
Москва—1925

Срок возврата
книги:

Курск, Полиграфоб'единение тип. им. „Карла Маркса“, Золотая, № 15.
Гублит № 39606. Тираж 5.000 экз.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

В Институте Научной Методологии, где работали ученые разных специальностей, была поставлена проблема совместного изучения общих для всей научной работы научных методов. Вопрос об интернаучном значении статистического метода привлек к себе наибольшее внимание. По этому вопросу был заслушан ряд докладов, сопровождавшихся оживленными прениями, во время которых сторонники так называемого „статистического мировоззрения" отстаивали свою точку зрения против представителей научного материализма. От числа к материи или от материи к числу— такова была в общем и целом постановка вопроса. В конце концов, защитники статистического мировоззрения, горячо отстаивавшие сперва положение, что при всяком научном исследовании „в начале бысть число", постепенно перешли на другую точку зрения, согласно которой при каждом количественном изучении в начале д о л ж н а быть „организующая идея", при чем сама организующая идея является плодом материального анализа об'екта количественного изучения. Профессиональные статистики вынуждены были капитулировать пред учеными, применяющими статистический метод, и, попав в научное окружение, статистика ясно определила свой путь и границы своего приложения: от материального анализа через организующую идею к количественному описанию.

С полной очевидностью выявился факт,—и это особенно важно для биологов и экономистов,—что важнейшим источником неправильности и неточности статистической работы является именно обратный метод: подход к количественному изучению без организующей идеи, подсказываемой материальным анализом, или „преднаучный" подход. Отсюда неправильная трактовка измеряемого об'екта, фиктивные средние цифры, „ведущие к заблуждению", и отсюда же трактовка статистического коэффициента, как „естественного

закона", и кривой распределения, как „закона распределения." Отсюда и искусственные понятия о „нормальном" и „устойчивом".

Но, с другой стороны, поставить статистическое исчисление на правильные методологические рельсы,—это значит не только уничтожить источник заблуждений, но и открыть новые пути статистической работе. Ибо конечным достижением всякой научной работы является все же возможность превратить ее теоретические построения в количественно-измерительные. А поскольку последние имеют дело с большими числами, с оперированием большими массами и большими коллективами, мы имеем здесь дело со статистическим методом.

Выпуская в свет эти доклады, как один из первых опытов коллективной интернаучной работы, мы надеемся дать читателю материал для суждения о роли и границах статистического метода и вместе с тем показать, как оперируют этим методом представители научно-материалистического мировоззрения.

Между временем окончания серии докладов и временем их сдачи в печать группа научных работников, ведшая совместно эту работу, потеряла одного из наиболее талантливых своих участников—проф. С. А. Богуславского, умершего 3/IX 22 г. и давшего столь ценный вклад в общую работу.

М. Смит.

Сравнительная роль статистического и аналитического метода в научном исследовании.

М. Смит.

Все течет, все изменяется. И особенно резко меняется в переживаемую нами эпоху. Одна за другой протекают бурные перемены в методах производства, производственных отношениях и формах общественного устройства и, наконец, last, but not least и в наших теоретико-познавательных концепциях. Мы живем в замечательную эпоху разрушения атома и освобождения огромных количеств энергии и в то же время в эпоху значительного преобразования наших количественных концепций. Если бы можно было подвергнуть массовому обследованию мышление среднего человека и, в частности,—эволюцию его количественных представлений, мы могли бы, вероятно, констатировать одно резко выраженное явление: средний человек учится мыслить большими числами. Представления среднего человека о пространстве и об общественной жизни, представления его о человеческом коллективе претерпели резкую ломку. Даже и самый средний человек сравнивает теперь свое личное благосостояние с хозяйственным положением всей страны или даже всего мира. Он требует данных о мировом сборе пшеницы, мировой выплавке чугуна, мировой добыче угля и т. д. Свое понятие о коллективе он не ограничивает уже больше пределами той небольшой территориальной или общественной группы, в которой протекает его частная жизнь. Эпоха войн и революций научила его иным представлениям о человеческих коллективах.

Никогда еще не было такого спроса на цифры всякого рода и никогда еще фабрикация цифр не производилась в таких грандиозных размерах. Никогда еще от правильности статистической методологии не зависела так сильно судьба нашего хозяйства. И в то же время никогда еще статистико-математический анализ не проникал так глубоко в область научного исследования и не захватывал такое количество научных дисциплин. Одновременно математическая статистика привлекает к себе все больше и больше внимания со стороны чистых математиков и переживает, по остро-

умному выражению профессора Боули, „сверх-пышное развитие“ [1]).

Конечно, как совершенно правильно заметил член английского государственного статистического общества Кофлан, во время прений по докладу профессора Боули „Об улучшении официальной статистики“, „цифры сами по себе— это еще отнюдь не статистика, хотя“ по общераспространенному заблуждению... любая масса цифр и составляет статистику.... на самом же деле—это только цифры, и надо еще много над ними поработать, чтобы сделать из цифр статистику“ [2]). И прав был, разумеется, сам докладчик, когда в конце своего доклада он припомнил совет, данный статистикам Манделло,—„больше думать и меньше печатать“.

И хотя доклад профессора Боули был прочитан еще в 1908 г., но вполне современно звучат некоторые его утверждения: „Согласно официальному взгляду на вещи, все, что печатается с разрешения правительства, является точным и изображает факты таковыми, как они есть“, и тем не менее— „нам приходится постоянно задавать себе вопрос, насколько точно представляют печатаемые цифры те факты, которые они, я к о б ы, отображают. Каждый статистик знает, что действительное значение печатаемых официальных цифр совершенно не соответствует их кажущемуся значению“ [3]). Вполне убедительным остается еще и поныне и его окончательный вывод: „Нужно прекратить печатание цифр, ведущих к заблуждению, устранить статистический параллелизм и в то же время тщательно разработать планы для заполнения пробелов статистической информации“. Необходимо также создать „Центральный мыслительный орган статистики“ [4]), который и будет руководить всей статистической работой страны.

Увы, выраженное 16 лет тому назад пожелание профессора Боули до сих пор еще не выполнено, и вместо „центрального мыслительного органа статистики“, мы имеем лишь величайший разнобой, величайшую путаницу в широких кругах статистической практики и статистической теории. Что же касается до доброго совета Манделло, то современные статистики решили, повидимому, исполнять его наоборот— поменьше думать и побольше печатать.

Сравнительно недавно поднялось знамя восстания против официальной статистики и в Германии. После представителя

---

[1]) См. Боули—„Очерки социальной статистики“, стр. 2. Госиздат. Серия „Теория и практика экономической статистики“.

[2]) См. доклад Боули—„The Improvement of official statistics“, стр. 26. Цитирую по отдельному выпуску, изданному—„для приватной циркуляции“ и любезно присланному мне автором.

[3]) Ibidem. Стр. 17.

[4]) Ibidem. Стр. 20.

Лондонского университета заговорил представитель Берлинского. Во весь рост поставлен был вопрос о „показательной силе“ и о „значимости“ цифр, получаемых официальной германской статистикой. В свете критического анализа, которому профессор Меерварт подверг традиционные приемы официальной статистики Германии, печатаемые ею сборники цифр представляются в совершенно ином виде и также оказываются „совершенно не соответствующими“ своему назначению. Меерварт определенно утверждает, что работа современной статистической практики является „преднаучной“ [1]), и показывает на примере своей работы как должны сочетаться научный анализ и статистическая практика.

В то же время на верхах статистической мысли далеко еще не заложен фундамент того „центрального мыслительного органа“, о котором говорит профессор Боули и который мог бы построить стройный план статистической работы вместо существующего разнобоя и хаоса статистических теорий. Даже и в пределах чисто научной работы до сих пор нет полной ясности и договоренности. Наоборот, чем дальше проникает статистический метод в различные дисциплины, тем сильнее обостряется эта неясность и недоговоренность. В целом ряде случаев статистики берутся за решение тех или иных научных проблем с помощью одной только статистики, признавая за ней право самостоятельного действия на чужой территории. Они создают свою собственную статистическую науку об обществе, открывают свои собственные законы общественной жизни и свои собственные биологические схемы. Обходя долгий путь построения теоретических схем и материального анализа изучаемого об'екта, они пытаются подойти к разным об'ектам научного исследования исключительно со стороны числовых концепций, и таким образом как бы заменяют сложный арсенал научной методологии единым статистическим методом.

Вопрос о действительном значении статистического метода в науке, о границах его и о возможности или невозможности его использования пора, наконец, поставить во всей его полноте. Так много недоразумений, неясностей и туманностей связано с применением статистического метода и так много псевдо-научных приемов одевается в костюм статистической методологии, за последнее же время идеалистическая философия делает такую недвусмысленную ставку на использование статистического метода, что вопрос о точном определении этого метода и об отведении ему надлежащего места в научной работе—является более чем

[1]) Рудольф Меерварт—„Введение в хозяйственную статистику“. Введение: „О некоторых моментах взаимоотношения между полит.-экономией и статистикой“. Госиздат. Серия „Теория и практика эконом., статистики.

своевременным. Особенно же насущным является вопрос об определении роли статистического метода в обществознании, где не умерли еще традиции кетлэтизма, искусственных норм и „божественного порядка", предопределяющего те неизменные устойчивые соотношения, которыми статистика переводила на свой язык вечные категории буржуазной экономики. Целые отрасли статистики, как демография, например, до сих пор не могут уйти еще из-под владычества искусственных концепций устойчивого и нормального, до сих пор игнорируют еще классовое строение общества и необходимость статистического изучения динамики классовых соотношений, вместо непреложных норм и божественного порядка. И до сих пор еще многие высоко ученые специалисты статистики представляют себе общество в виде огромного ящика с черными и белыми шарами, и божественный порядок находит свою неизменную опору в теории вероятностей.

И у биологов были попытки заменить сложный биологический анализ абстрактно-математическими построениями, игнорирующими биологическую природу изучаемых об'ектов. И там биологам, применяющим статистический метод, пришлось воевать со статистиками, вторгающимися в область биологии. И там математическое построение, пытающееся не дополнить, а заменить собою материальный анализ, встретило резкий отпор со стороны лучших представителей науки. Недаром же немецкий биолог Виктор Иоллос говорит в своей вступительной речи, произнесенной в Берлинском университете 12 декабря 1921 года: „Как бы убедительны и ясны ни казались статистические приемы английских биометриков, все же они были статистическими, а не точно биологически проанализированными и не могли противопостоять экспериментальным биологическим исследованиям. Огромная заслуга Иогансена заключается в том, что эти статистические исследования он перенес в сторону биологически ориентированного более точного базиса" [1]). И недаром же профессор Вульф, который в качестве кристаллографа так хорошо знает цену статистическому методу и так хорошо умеет им пользоваться, сказал после доклада профессора М. М. Завадовского, посвященного спору между биологами и Гальтоном, указывая на таблицы Гальтона, с одной стороны, и на схематические чертежи Менделя—с другой, свою крылатую фразу: „Вот здесь статистика, а там—наука". Конечно, профессор Вульф перегнул палку, быть может, в другую сторону. Статистический метод отнюдь нельзя изгонять из арсенала научной методологии, что лучше всего

[1]) Цитирую по русскому переводу, помещенному в „Красной Нови" за 1924 г.

и демонстрируется работами самого профессора Вульфа в области кристаллографии. Но если мысль профессора Вульфа приняла такой своеобразный оборот, то в этом сказывалось отнюдь не какое-либо отрицательное отношение его к статистическому методу, как таковому, а невольный протест против того квазинаучного или, по выражению профессора Меерварта, преднаучного использования статистического метода, который состоит прежде всего и главным образом в манипулировании статистическим методом, как таковым, вне связи его с материальным анализом, вне всякой ориентации его на материальную природу изучаемого об'екта.

Вполне благополучно обстоит дело с применением статистического метода лишь в таких дисциплинах, как физика, химия и астрономия, но это об'ясняется главным образом и прежде всего тем, что в эти области чистые статистики, как таковые, никогда не пробирались, что здесь работали только физики, химики и астрономы, пользовавшиеся статистическим методом в числе других научных методов, а не предлагающие исследовать природу таких множеств, как атомы, молекулы или звездные массы с помощью одного только статистического метода. В этих науках мы поэтому и не имеем дела ни с какими обособленно статистическими приемами или обобщениями и ни с какими статистически построенными статистическими закономерностями. Здесь всегда статистический метод был подчинен материальному анализу и точному экспериментальному знанию.

В общем и целом, представление об об'еме и границах статистического метода и о различных формах его применения чрезвычайно варьирует, и трудно найти двух людей, говорящих о статистическом методе и подразумевающих под ним действительно одно и то же. А раз это так, то всякая школа, отдаляющаяся от научного материализма, очень легко опирается на те или иные статистические построения, облекает их в соответственную математическую форму и торжественно выдвигает их в качестве последнего слова науки. В руках ее теория вероятностей легко превращается в математическое Бембаверкианство или в самый новейший Антидарвинизм. И затем на этой почве распускается, с одной стороны, Энчмениада, облекающаяся в ультра-левый наряд, а с другой—вечное начало разума и „божественный порядок" вещей.

Определить точно статистический метод, его об'ем, содержание, границы и формы, показать его подлинную роль в науке или, вернее, показать, как пользуются ими не самодовлеющие статистики, а подлинные ученые—это значит выбить еще одно орудие из рук идеалистов. А кроме того, это значит—оказать и некоторую услугу и самой статистике, как учению о применении статистического метода,

сделав ее позиции более определенными, а следовательно, и более сильными. От того, что статистика перестанет претендовать на роль независимого, самодовлеющего, единого и вездесущего научного метода, она не только не проиграет, а наоборот, выиграет, станет более ценным орудием, попадет в действительно научное окружение, а тогда, следовательно, сделаются невозможными такие остроумные нападки на нее, как выше цитированное противоположение профессора Вульфа: „вот здесь статистика, а там—наука".

Статистика есть материальный счет. Какими бы математическими приемами она ни оперировала, она никогда не имеет дела со счетными единицами или со счетными множествами, независимо от их материальной природы. Специфическая особенность статистического метода состоит в том, что, являясь в основе своей учением о коллективах, он помогает переводить теоретические концепции в измерительные, качественные характеристики—в количественные. Но как только статистик забывает о качественной характеристике, о материальной природе изучаемых им коллективов, он сразу отходит от строго научной почвы и сразу связывает свою работу с установлением того или иного „божественного" внематериального порядка, который познается исключительно через число, который игнорирует реальные силы развития, движущие данным коллективом, и обязательно упирается в область всякого рода искусственных норм, устойчивостей и, закономерностей и т. п.

Предпосылкой всякой статистической работы, к какой бы области статистической методологии она ни относилась, является определенное теоретическое построение, целью которого является получение представления о типическом или „идеальном" случае. Экономист конструирует такой типический или идеальный случай с помощью мыслительного абстрагированья, естественник с помощью экспериментальной работы. В обоих случаях мы имеем дело с изолирующим методом: в естествознании—с фактической изоляцией отдельных факторов, влияющих на изучаемый об'ект, в обществознании—с мысленной изоляцией путем абстрактного анализа. Так, если Маркс силой абстрагирующей мысли построил схему ценностной структуры производственного капитала, выделяя в нем постоянный капитал, переменный и прибавочную ценность, то в промышленной статистике мы получаем благодаря этой теоретической концепции руководящую нить для собирания и обработки статистических материалов. Правда, в огромном большинстве случаев статистическая практика не опирается в данном вопросе на теорию Маркса, но именно отсюда-то и получается жесточайшая путаница в ценностном учете продукции.

Здесь мы отчасти имеем дело, с одной стороны, с условными бухгалтерскими категориями, которые не могут дать нам никакого отчетливого экономического представления о ценностной структуре капитала, а с другой—как это имеет место в американских промышленных цензах—не с производственной концепцией Маркса о реализации капитала и не с народно-хозяйственным подходом к вопросу, а с частно-хозяйственным пониманием прибыли. В теории реализации Адама Смита отсутствует целиком затрата на воспроизводство средств производства, или первый член *c* Марксовской формулы C=*c*+v+m; у американских статистиков мы не находим значительной доли этого первого члена, или затрат на амортизацию капитала [1]). Наконец—в русской статистике царит по этому вопросу самый определенный преднаучный эмпиризм. Вместо стройной теоретической концепции в основу работы кладутся ходячие практические представления о составных частях капитала. Ходячие представления обязательно изменяются от головы одного статистика к голове другого, и отсюда-то и получается тот вопиющий разнобой, о котором мы столько раз читали в текущей прессе.

Возьмем другой пример, тоже из области промышленной статистики—учет промышленных предприятий или то, что немцы называют Betrieb's Statistik. По вопросу о природе современного промышленного предприятия, его структуре и эволюции написано довольно много серьезных работ. Можно сказать, что эволюция структуры и типа современного промышленного предприятия является одной из существеннейших черт предвоенного капиталистического развития. Но эти теории сами по себе, а статистика сама по себе. В большинстве стран не проводится никакой грани между ремесленным и промышленным предприятием, с одной стороны, и между простым и комбинированным—с другой. Отсюда и получаются такие абсурдные цифровые показания, как 10% механизованных предприятий в Германии, по переписи 1907 г., и 80% предприятий, имеющих двигатели, в Румынии в 1902 г., где учитывались только более или менее крупные предприятия [2]).

Что же касается учета структуры предприятий, то формально-статистический подход к этому вопросу в германской переписи 1907 г. привел к такой невероятной путанице, характеризуя которую, Меерварт справедливо сказал, что немецкие статистики „похоронили" на своих столбцах именно

---

[1]) По этому вопросу см. вышеназванную работу Меерварта, отдел III. См. также статью В. Вейца „К вопросу об изучении динамики ценностного строения капитала" в № 10 „Вестника Ком. Академии".

[2]) См. мои „Основы статистической методологии", выпуск 2-й, страница 128—130.

те крупные, комбинированные предприятия, которые являются наиболее характерными для германской промышленности [1]). Когда В. И. Ленину в его споре с русскими народниками пришлось затронуть вопросы фабрично-заводской статистики, он прежде всего взялся за анализ самого понятия фабрично-заводского предприятия, а потом уже сделал из него единицу счета [2]).

Не только более сложные статистические приемы, как группировка полученного материала или вывод обобщающих величин невозможен без предварительной аналитически-построенной схемы работы, но даже и более простые этапы работы, как установление единиц счета, если оно производится без ориентации на материальную природу этой последней, приводит к самым грубым ошибкам. И такие ошибки сплошь и рядом допускаются даже крупнейшими работниками статистики.

Достаточно вспомнить, что Лексис не принял во внимание момента времени в учете двигательной силы, и что, исчисляя работоспособность Прусских паровозов, он все время принимает лошадиную силу за 75 килограмм-метров, а не за 75 килограмм-метров в секунду, что приводит к 12-кратному увеличению мощности Прусских паровозов. Расчет его ведется так, как будто предполагает непрерывную, безостановочную работу паровоза. Сплошь и рядом статистики почти всех стран не умеют даже отличить мощность первичного двигателя от мощности вторичного и складывают их ничтоже сумняшеся [3]). Сравнивая между собою теплотворность отдельных видов топлива, как, например, нефти и угля, статистики обычно сравнивают их по их абстрактной теплотворности, игнорируя, что фактическая теплотворность зависит от тех топок, в которых сгорает данный вид топлива, и что брать на учет приходится, следовательно, действительно использованную теплоту, исходя из средних или модальных величин использования [4]).

В области биологии мы встречаемся с неуменьем определить единицу счета со стороны такого крупного статистика, как Гальтон, игнорировавшего различие между фенотипическими и генотипическими признаками в зеленой горошине, которая была для него единицею счета [5]).

С тем же положением сталкиваемся мы и при манипулировании важнейшим орудием статистического исследова-

---

[1]) Меерварт, стр. 67.

[2]) См. „Развитие Капитализма в России“, гл. VII.

[3]) По этому вопросу см. Manuel Zaitseff. Die Motoren statistik, стр. 11, а также Ballod Grundriss der Statistik, стр. 222 и д. 2-й выпуск моих „Основ“, стр. 39 и 40.

[4]) См. „Основы“, выпуск 2-й, стр. 13.

[5]) См. выше доклад Завадовского.

ния—средними величинами. Средняя величина—это способ овладеть коллективом, она дает характеристику коллектива и делает возможным сравнение их между собой во времени и в пространстве. Средние и обобщающие величины дают нам возможность охватывать сводные признаки для массы переменных величин. Без средних величин и кривых распределения познание коллективов сделалось бы почти невозможным. Типическая (модальная) величина, выявляемая кривой распределения, дает характеристику коллектива там, где средние величины, простые или взвешенные, не могут этого сделать. Передвижение модальных точек кривых распределения помогает нам улавливать динамику весьма сложных явлений.

Средние и типические величины проникают во все области как повседневного так и научного мышления. Маркс пишет о средней высоте органического состава капитала [1]), техники и инженеры высчитывают среднюю сопротивляемость материалов или среднюю быстроту движения, биологи имеют дело со средними нормальными размерами, в экономической политике мы сплошь и рядом ориентируемся на средние доходы, среднюю работоспособность и т. д. значительное количество статистических работ посвящено вопросу о математической природе средних величин.

И все же, если средняя сходит со страниц учебника математической статистики и преображается в познавательное орудие для овладения тем или иным конкретным материалом, то орудием этим можно пользоваться лиш постольку, поскольку мы ознакомились с материальной природой того коллектива или той массы переменных величин, которую она должна характеризовать. Дело статистика уметь выбрать надлежащий тип средней, определить, нужна ли в каждом конкретном случае простая средняя, мода, медиана и т. д., но он может приняться за эту работу лишь после того, как соответствующие sachverständliche специалисты определили природу и границы того коллектива, который должна характеризовать средняя, или иначе говоря, провели предварительную аналитическую работу. Ибо вне этого условия мы как раз и получаем тот вид арифметической средней, о которой Боули так остроумно сказал, что „арифметическая средняя сама по себе скорей способна затемнить, чем выявить важные факты и по природе своей пригодна для сокращенных выводов и часто служит оправданием лености“ [2]) Впрочем, что касается до вывода средних, то тут статистиков скорей придется обвинить в излишнем и ненужном прилежании. И тут нельзя не вспомнить остроумное заме-

[1]) См. Капитал, том I, стр. 438 издания под ред. Струве.
[2]) „Очерки социальной ститистики“, стр. 20.

чание другого большого работника статистики, профессора Ордженцкого, сказавшего, что „вне какой нибудь специальности или практической задачи статистик остается простым коллекционером средних и относительных величин, без малейшей к тому же надежды достигнуть когда-либо полноты своей коллекции“ [1]).

В русской марксистской литературе мы имеем классический пример борьбы с такого рода „коллекциями средних“, затемняющих сущность дела. Вспомним те пресловутые средние русских народников, которыми они пытались затушевать разложение крестьянства и против которых восстал В. И. Ленин в „Развитии капитализма в России“. «Вся обработка бюджетных данных у г. Щербины,—пишет он на странице 103-й [2]),—сводится к одному сплошному и невероятному злоупотреблению средними величинами. Все оценочные сведения относятся к „среднему“ крестьянству. Доход с земли, вычисленный для 4-х уездов, делится на число хозяйств (вспомните, что у безлошадного этот доход около 60 р. на семью, а у богача около 700 р.). Определяется „величина постоянного капитала (sic!!?) на одно хозяйство (стр. 114), т.-е. стоимость всего имущества, определяется „средняя“ стоимость инвентаря, „средняя стоимость торгово-промышленных заведений (sic!)—15 р. на одно хозяйство. Г. Щербина игнорирует ту мелочь, что эти заведения находятся в частной собственности зажиточного меньшинства, и делит их всех „уравнительно“. Определяется „средний“ расход на аренду (стр. 118) составляющий, как мы видели, 6 р. у одно-лошадного и 100—200 р. у богача. Все это складывается и делится на число хозяйств. Определяется даже „средний“ расход на „ремонт капиталов“ (ibid). Что же это значит—Аллах ведает. Если это означает пополнение и ремонт инвентаря и скота, то вот приведенные уже нами выше цифры: у безлошадного этот расход равен 8 копейкам на одно хозяйство, а у богача—75 рублям. Не очевидно ли, что если мы будем складывать подобные „крестьянские хозяйства“ и делить на число слагаемых, то у нас получится „закон средних потребностей“, открытый г-ном Щербиной еще в сборнике по Острогожескому уезду (т. 2, вып. 2, 1887), и столь блистательно примененный впоследствии. А затем уже из такого „закона“ нетрудно сделать вывод, что „крестьянин удовлетворяет не минимальные потребности, а средний уроовень их“ (стр. 123 и мн. др.), что крестьянское хозяйство являет особый тип развития (стр. 100) и т. п., и т. д. Стоит только пользоваться всегда и исключительно „средними“ данными о крестьян-

[1]) См. его работу „Сводные признаки“, стр. 318.
[2])Цитировано по изданию 1923 г.

ском хозяйстве, и все превратные идеи о разложении крестьянства окажутся раз-навсегда изгнанными. Именно так и поступает г-н Щербина, применяя подобный прием en gradn, в своей статье в книге „Влияние урожаев и т. д.“ Здесь делается грандиозная попытка учесть бюджеты всего русского крестьянства—все посредством тех же самых испытанных „средних“».

Но не только в экономике приходится нам иметь дело с средними такого типа, затемняющими сущность дела. Правда, в других областях науки им незачем быть тенденциозными и сознательно затемняющими истину, но они могут все же быть случайными, призрачными или попросту математическими фикциями, не имеющими никакого реального значения.

В общем и целом, как единицы счета, так и всякого рода средние величины и сводные признаки, не опирающиеся на типический случай, сконструированный абстрактным анализом, могут быть двоякого типа: либо статистик, оперировавший ими, не руководился совершенно никакими теоретическими соображениями и брал первые попавшиеся единицы и средние, вкладывая в них определенное материальное содержание лишь постольку, поскольку ему подсказывал его жизненный опыт, либо он руководился научно-неверными теоретическими соображениями.

В одной из своих рецензий, помещенных в «Вестнике Комакадемии», Л. Н. Кницман остроумно издевался над статистиками первого типа, утверждая, что: „для статистика крестьянин есть крестьянин, лошадиная сила — лошадиная сила, зеленая горошина—зеленая горошина и т. д.“ или иначе—счетные фикции чистейшей воды. В других случаях вместо счетной фикции мы встречаемся с научной фикцией: напр., с теорией реализации Адама Смита, как это было в примере с американской промышленной переписью, или идеологией мелкой собственности в примере с народническими средними. В первом случае мы имеем дело с полным отсутствием теоретического анализа, во втором случае—с дефектным анализом, но в обоих случаях мы имеем дело с преднаучным подходом к работе, а следовательно и с невозможностью прийти к каким-нибудь практически-валидным числовым характеристикам явлений.

Еще хуже того обстоит дело с отсутствием теоретического подхода при группировках и классификациях собранного материала.

Недаром же Боули называет „произвольными и оппортунистическими“ [1]) классификации английской официальной статистики.

---

[1]) „Очерки социальной статистики“, стр. 99.

Ленин называет „игрой в циферки“ [1]) группировочные упражнения Черненкова. А несколькими страницами раньше читаем: „пользуясь группировкой по наделу, мы складываем вместе бедняка, который сдает землю, и богача, который арендует или покупает землю. Бедняка, который забрасывает землю, и богача, который собирает землю. Бедняка, который ведет самое плохое хозяйство, с ничтожным количеством скота, и богача, который имеет много скота, удобряет землю, вводит улучшение и пр. и пр. Мы складываем, другими словами, сельского пролетария с представителями сельской буржуазии. Получаемые от такого сложения средние затушевывают разложение и являются, поэтому, чисто фиктивными“ [2]).

Те же фантастические приемы группировки господствуют еще до сих пор в классификации промышленных предприятий, в классификации профессий и производств [3]). Всюду, в европейской, по крайней мере, статистике, при классификации предприятий группировочным признаком является исключительно число рабочих, все остальные признаки, как двигательная сила, норма механизации труда и, наконец, структура предприятий, остаются вне поля зрения статистиков. Ленин требовал классификации сельскохозяйственных единиц по экономическим типам, т.-е. по той комбинации признаков, которая создает этот тип; точно так же и разбивка по группам промышленных предприятий требует предварительного установления соответственных экономических типов.

Для огромного большинства статистических классификаций термин Боули является в высшей степени характерным: они именно являются „оппортунистическими“.

Можно было бы многое еще сказать о так называемых индексах и о тех экономических совокупностях, для характеристики которых эти индексы предназначаются, но вопрос этот потребовал бы слишком много места, чтобы остановиться на нем в настоящем докладе. Скажем только, что чрезвычайно редко индексы действительно характеризуют те сложные группы, для которых они изобретаются, и это особенно верно по отношению к так называемым бюджетным и тотальным индексам [4]), и об'ясняется это главным образом, тем, что статистики не дают себе труда проанализировать предварительно экономическую природу тех групп, для которых они конструируются. Бюджетный индекс в огромном боль-

---

[1]) „Развитие капитализма в России“, стр. 85 и 86

[2]) Ibidem, стр. 53

[3]) По этому вопросу см. отделы I и II выше цитированной работы Меерварта, а также главу 8 выпуска 2-го моих „Основ“.

[4]) Критику бюджетного индекса см. в моей работе „Положение европейского пролетариата“, гл. 2-я, стр. 16—23. Изд-во „Вопросы Труда“.

шинстве случаев игнорирует динамику структуры бюджета. Тотальный является механическим об'единением целого ряда отдельных признаков, с помощью какой-нибудь упрощенной математической формулы, а не с помощью понимания экономической взаимозависимости этих признаков.

Этим чисто-механическим обобщениям можно противопоставить теорию Меерварта, требующую чтобы статистическая работа привела к такой числовой характеристике явления, в основе которой лежала бы концепция „осмысленного целого" (Das sinnfolle Ganze).

„Каким образом, читаем мы в введении к его вышецитированной работе, бесчисленные процессы и явления, дающие в совокупности определенный кон'юнктурный период, могут быть соединены в одно осмысленное целое? Ясно само собой, что нельзя трактовать в отдельности бесконечное количество хозяйственных явлений, которые поддаются нашему наблюдению в течение некоторого ограниченного в пространстве и во времени кон'юнктурного периода. Даже если предположить, что нами произведены все возможные наблюдения, наша познавательная пытливость не была бы все же удовлетворена этим нагромождением материалов. Мы хотели бы представить себе наш кон'юнктурный период, как осмысленное целое, и найти путеводную нить к его пониманию. Но чтобы получить такое осмысленно-целостное представление об изучаемом периоде, необходимо прежде всего отодвинуть в сторону очень многие из наблюденных моментов, как несущественные, нужно, далее, чтобы ряд других моментов занял по отношению к целому особое положение, в качестве наблюдений особого значения, тогда как некоторые третьи расположились бы вокруг них в качестве только сопутствующих и менее значимых.

„Что делает возможным такой выбор между различными моментами, такую их градацию. Каким образом получается в конце концов осмысленное целое? С помощью теории, которая прежде всего дает возможность установить общезначимую терминологию" . . . . . „Теории являются вспомогательными средствами, с помощью которых мы можем овладеть эмпирически данной действительностью" . . . „Но теориями, или мысленным образом, или схемой мы пользуемся не только для приведения в порядок и учета эмпирически данных фактов: они оттачивают наши познавательные орудия, когда мы имеем дело с бесчисленными противотенденциями, которыми полна хозяйственная жизнь. Сознательно и в широком масштабе дает нам такие схемы прежде всего Карл Маркс. Он называет их многозначущим термином „законов": закон резервной производительной армии, закон падения нормы прибыли и пр. Эти схемы или законы не создаются, однако, путем абстрагирования из многочисленных наблю-

денных явлений. Это не вычисление средних наподобие статистических. Это построения или мысленные образы совсем другого рода".

Когда этот мысленный образ или типический случай „установлен, остается при помощи его оформить эмпирический материал. Он дает ориентацию, благодаря которой существенное может быть отделено от несущественного, значительное—от незначительного. Ориентируясь на идеал-тип, исследователь может строить мир действительности".... „В процессе прослеживания исторического развития типических процессов, как и в деле проверки теории, могут получить огромное применение статистические данные, полученные путем массового наблюдения" [1]).

Это выражение „прослеживание исторического развития" определяет смысл и содержание работы статистика. Правда, в методологии своей работы он опирается на типический случай, установленный теоретиком. Но, с другой стороны, одно только построение этого типического случая недостаточно для действительного прослеживания исторического развития или изучения состава таких масс, состав которых изменяется весьма медленно. С помощью типического случая, установленного силой абстрагирующей мысли или путем эксперимента в точных науках, можно п о н я т ь сущность происходящих явлений и процессов, но нельзя и з м е р и т ь о б ъ е м происшедших изменений. Между тем, в точных науках измерительная работа идет влед за познавательной. Когда же измерение касается больших количеств, когда измерителю приходится оперировать большими числами, он обращается к статистическому методу. Ибо только этот последний дает ему возможность манипулировать большими числами.

Так, пока химик устанавливает на основании р о д о в ы х признаков количественный состав сложных тел, он оперирует обычными количественными приемами. Но как только от р о д о в о г о признака, который одинаков для отдельных молекул и для больших масс вещества, он переходит к с в о д н ы м признакам переменных величин, как только ему приходится иметь дело с массами атомов и молекул и определять именно признаки массы, как таковой, он прибегает к теории вероятностей.

Обществовед, со своей стороны, поскольку от теоретического познания он переходит к управлению, поскольку в крупном хозяйстве или в высшей стадии его—в организованном хозяйстве он должен учитывать, производить и передвигать огромные массы, опять-таки обращается к статистике и оперирует сводными признаками. Товароведы

[1]) См. выше цитированное Введение.

определяют родовые признаки создаваемых ценностей, статистики имеют дело с их сводными признаками, поскольку они поступают в массовое обращение. Но даже и для познавательных целей, как таковых, экономисту и обществоведу приходится обращаться к помощи статистического метода. Удельный вес тенденций и контр-тенденций может быть оценен—если и не об'яснен—количественно.

В 23-й главе первого тома „Капитала", читаем: „многочисленные отдельные капиталы, вложенные в одну какую-нибудь отрасль производства, могут иметь более или менее различный состав. Средняя их индивидуальных составов дает нам состав совокупного капитала данной отрасли производства. Наконец, общая средняя величина этих средних составов всех отраслей производства дает состав общественного капитала страны, и только об этом составе в последнем счете будет итти речь в последующем нашем изложении" [1]).

Во времена Маркса можно было ограничиться таким схематическим описанием статистической работы, с помощью которой можно определить средний органический состав капитала данной эпохи или данной страны. Из самой постановки вопроса сразу видно, что мы имеем здесь дело чисто статистическими моментами, а именно: 1) с переменными величинами—„различный состав",—так как соотношение переменного и постоянного частей капитала варьирует от раза к разу, и 2) со сводными признаками—групповыми средними и общими средними. Однако это схематическое описание само по себе недостаточно с точки зрения современных познавательных требований. Переменный признак или „состав" может и должен быть учтен в каждом отдельном случае, групповые и общие средние выведены. Самая техника вывода общей средней должна быть тщательно разработана. В математике под общей средней именно и подразумевают то, что в статистической технике называется взвешенной средней [2]). И повидимому именно ее и подразумевал здесь Маркс. Ибо при выводе такой общей средней придется, вероятно, принимать во внимание удельный вес каждой отрасли производства. Даже более того, придется, может быть, принять во внимание с самого начала удельный вес отдельных типических групп предприятий. А для этого придется произвести предварительную группировку их по признаку относительной высоты переменной и постоянной части капитала, иначе говоря, теоретическое построение Маркса, переведенное им же самим в статистическую схему, должно быть и может быть взято за основу соответствующего стати-

[1]) „Капитал", т. 1. стр., 438.

[2]) См. определение общей средней хотя бы в известном элементарном учебнике Оливера Лоджа „Легкая математика", стр. 422—25.

стического наблюдения. В результате такой статистической работы мы получим точные статистические характеристики органического состава общественного капитала отдельных стран и эпох. Правда, наши статистики, находящиеся в безмятежном неведении экономических концепций такого типа, вряд ли способны поставить такого рода статистическое наблюдение. Однако числовые операции техников уже и теперь показывают нам картину взаимоизменения постоянной и переменной части капитала при изменении типов технической установки. Привожу здесь пример таблицы такого типа, заимствованной мною из работы: De Grahle'я „Die Wirtschaftliche Verwertund d-r Brennstoffe".

При росте мощности паровой машины издержки на рабочую силу падают с 23% до 16%, если же паровая машина заменяется дизелем, то издержки на рабочую силу падают при максимальной мощности до 5%, для электродвигателя, опять-таки при максимальной мощности, они составляют 1%.

При этом сопоставлении постоянного и переменного капитала по отношению к постоянному капиталу берется на учет только „ценность потребленных при его образовании элементов производства" („Капитал", том 1-й, глава 7-я).

Ибо, как поясняет Маркс, „часть употребленного постоянного капитала, состоящего из орудий труда, передает лишь часть своей ценности продукту, тогда как другая часть продолжает существовать в своей прежней форме. Так как последняя не играет никакой роли в образовании ценности, то мы ее здесь не принимаем во внимание" [1]).

Конечно, в статистической работе мы брали бы не отдельный типический расчет, сохраняющий свою валидность для всевозможных предприятий, а обобщали бы в группы предприятия одного типа, характеризуя средними их переменные признаки, ибо на относительную высоту переменного капитала влияют, конечно, и целый ряд привходящих обстоятельств [2]).

Со средними величинами, подлежащими статистической конкретизации, мы встречаемся у Маркса неоднократно. Так, в главе о национальном различии в заработной плате он говорит:

„В каждой стране существует известная средняя интенсивность труда, спускаясь ниже которой труд, потраченный на производство товара, становится больше общественного необходимого, и потому не может итти в счет, как труд нормального качества...

---

[1]) Стр. 134.
[2]) См. мои „Основы стат. мет." выпуск 2-й, гл. 5.

Изменение относительной стоимости рабочей силы при росте мощности установки

(выработка электрической энергии, 1914 г., 3000 раб. час. в год).

ВИДЫ ИЗДЕРЖЕК.	Паровая машина лош. сил.						Дизель лош. сил.					
	50		100		150		50		100		150	
	В марках.	В %.	В марках.	В %.	В марках.	В %.	В марках.	В %.	В марках.	В %.	В марках.	В %.
Расходы по установке	30000	—	40000	—	48000	—	20180	—	29860	—	40000	—
Аммортизация капитала и содержание машин	3500	41	4650	45	5664	44	2520	36	3740	32	5000	30
Горючие материалы: уголь	2870	33	3370	32	4560	36	—	—	—	—	—	—
Горючие материалы: газ	—	—	—	—	—	—	3170	46	6170	53	9260	56
Смазочные и очистительные материалы	220	3	390	4	560	4	350	6	610	8	880	9
Вода для охлаждения	—	—	—	—	—	—	75		270		585	
Итого издержек без раб. силы	6590	77	8410	81	10784	84	6115	88	10790	93	15725	95
Рабочая сила	2000	23	2000	19	2000	16	800	12	800	7	800	5
Всего	8590	100	10410	100	12784	100	6915	100	11590	100	16525	100

Но не то происходит на мировом рынке, составными частями которого являются отдельные страны. Средняя интенсивность труда изменяется в каждой стране: „в одной она больше, в другой меньше. Эти средние национальных величин, образуют, таким образом, лестницу, единицу измерения которой составляет средняя интенсивность всеобщего, т.-е. мирового, рынка“ [1]).

Здесь мы тоже имеем дело с типично-статистическими приемами. Эта лестница средних национальных величин именно и характеризует роль средней, как измерителя групп, который дает нам возможность сравнивать группу с группой. (Определение Боули). Здесь Маркс уже сам проделал предварительную работу постановки статистической проблемы. О возможности ее конкретного разрешения мы будем говорить еще в специальном докладе, посвященном статистическому методу в экономике. Здесь отметим еще только тот факт, что когда ученику Маркса—Ленину пришлось впервые решать конкретный вопрос о развитии капитализма в России, он не ограничился только теоретическими построениями. С помощью таковых он доказал сперва неизбежность развития капитализма в России, а с помощью обработки конкретного статистического материала измерил силу этого развития.

Анархическое раздробленное хозяйство капитализма сравнительно мало нуждалось в обширных измерениях и в обобщающих числах. Его статистика довольствовалась отдельными частными констатациями, необходимыми государству с узко-практической точки зрения.

В известном отношении можно даже сказать, что буржуазная статистика боялась широких, обобщающих чисел, отчетливо рисующих сущность происходящих явлений. То, что публиковалось ею для широкой публики, излагалось, по меткому выражению профессора Боули, „в столь невразумительной форме, что способствовало скорей распространению невежества, чем увеличению знания“ [2]). Или, как говорит он в другом месте, публикуемые таблицы являются „бесплодными и ничего не говорящими“, и над ними требуется еще довольно долго работать для того, чтобы выразить смысл их „на языке обще-человеческой значимости“ [3]).

Обобществленному, организованному хозяйству требуются, наоборот, наиболее всеохватывающие, наиболее отчетливые числовые выражения, характеризующие хозяйственную жизнь. Перефразируя известное выражение Маркса, можно сказать, что деятелям организованного хозяйства тре-

---

[1]) „Капитал“ том, 1-й, стр. 397.
[2]) „Очерки социальной статистики“, стр. 2.
[3]) jbidem, стр. 99.

бується не только понять сущность происходящих процессов, но и измерить их. А для этого они должны научиться манипулировать большими числами и сводными признаками.

На заре статистического мышления теоретики-статистики, поскольку они занимались не только изучением самого метода, пытались превратить материальные результаты произведенных ими статистических наблюдений в особую науку об обществе, устанавливающую особые „законы" общественного бытия. Все полученные ими более или менее устойчивые коэффициенты, как нормы смертности, рождаемости, преступности, превращались им в „естественные законы". Даже норма преступности рисовалась Кетле величиной статической или вечной „данью", которую общество обязано платить отныне и во веки веков. В этих категориях Зюсмилх и его последователи видели „божественный порядок вещей". И это божественно-статистическое мировоззрение наложило свой отпечаток на всю дальнейшую судьбу статистико-теоретической мысли. Правда, позже, когда „о божественном порядке" и неизменной норме преступности сделалось уже говорить неудобно, была выдвинута новая теория, пытающаяся об'явить устойчивые величины „нормальными", с подразделением самой устойчивости на 3 типа: нормальной, поднормальной и сверхнормальной. Тут мы имели, правда, довольно резкий отход от теории Кетле, и всеже не уменье отойти от совершенно искусственной трактовки понятия о нормальном. Боули и Жижек внесли в этот вопрос черезвычайно много четкости. Первый, заменив все старые утверждения об устойчивости и постоянстве простой и ясной формулировкой „инерции больших чисел" и определением самой „природы тех явлений, изменение которых совершается лишь весьма медленно" [1], второй, отказываясь становиться на путь, ведущий от числа к материальному содержанию, приглашает итти обратным порядком. „В настоящее время мы об'ясняем постоянство некоторых явлений тем фактом, что причинные факторы, влияющие на них, и в частности демографические и социальные условия, не претерпевают в данный период резких изменений" [2]. Такой подход он противополагает подходу статистика-математика, который, „раз он имеет дело с рядом нормальной устойчивости, т.-е. с рядом, в котором отклонения отдельных членов являются, согласно теории вероятностей, лишь случайными", умозаключает о соответствующей устойчивости самого явления, „которое может, следовательно, поддаваться лишь случайным изменениям" [3].

---

[1]) Elements of statistics, стр. 264.
[2]) Statistik und Sociologie, стр. 29.
[3]) Ibidem, сноска на стр. 30.

Однако традиции кетлетизма находят свое отражение до сих пор не только во всякого рода упрощенных трактовках вопроса на страницах учебников и трактатов, но, к сожалению, и в статистической практике. Важнейшие отрасли экономической статистики до сих пор лишь с трудом приспособляются к измерению происходящих изменений. К трактовке промышленного предприятия статистика до сих пор подходит, ориентируясь на старое ремесленное заведение. При трактовке профессии, как об'екта статистического измерения, преобладает все та же старинная ремесленная концепция обученных и необученных рабочих, очень далекая от понимания „расчленения современной рабочей массы“ [1]). Потребление рабочего класса и его бюджет трактуются, как нечто незыблемое, раз навсегда застывшее [2]). Средние величины все еще трактуются под углом зрения симметрической кривой ошибочности или так называемого закона случайных отклонений. И вариационные кривые, характеризующие распределение реальных элементов реального мира, интересуют статистиков лишь постольку, поскольку они приближаются или не приближаются к „нормальной“ кривой.

Все течет, все изменяется. Динамика социального развития опрокинула все представления о нормальном, устойчивом, божественном, предопределенном и распределяющемся по симетричной кривой. И реальный мир асиметрических коллективов, не типических средних и изменяющихся рядов властно требует от статистиков всех специальностей изыскания способов для измерения этих многообразных и неправильных явлений—измерения, с помощью которого теоретические концепции биологии и экономики превратились бы в количественный анализ мира, в котором мы живем.

---

[1]) Меерварт. Раздел 2-й.

[2]) Смит.—„Положение европейского пролетариата“, глава 2 я, стр. 17 и д.

Формулы дают только
то, что в них вложено.
Пуансо.

Динамика статистических рядов.

Б. Ястремский.

I. Устойчивость статистических рядов и коэффициент дисперсии.

Некоторые, весьма впрочем немногие, числовые характеристики явлений социальной жизни обладают замечательным свойством: они повторяются год от году—на протяжении, надо сказать, более или менее ограниченного промежутка времени—с незначительными изменениями, колеблются в сравнительно узких пределах. Например, относительное годовое число браков в Германии за тридцатилетие 1881—1910 г.г. не опускалось ниже 7,5 на 1000 жителей и не превосходило 8,5%; годовой прирост населения Германии за тот же срок колебался в узких пределах между 1,1% и 1,6%. Числа таких рядов как бы колеблются около постоянного среднего уровня, сравнительно слабо отклоняясь от него в ту или другую сторону: ряды проявляют устойчивость.

В стремлении об'яснить эту устойчивость человеческая мысль прошла несколько этапов. Первое об'яснение было дано Кетле, который привлек для этой цели теорию вероятностей, закон больших чисел в формулировке Якова Бернулли. Теорема Бернулли дает, как известно, основание утверждать, что устойчивость статистических рядов есть выражение некоторой вероятности, остающейся постоянной при каждом отдельном испытании. Если, положим, относительное годовое число смертных случаев в Москве за десятилетие 1901—1910 г. г. колебалось около 2,7% (не опускалось ниже 2,6% и не поднималось выше 2,9%), то согласно схеме Бернулли такая устойчивость представляет собой следствие того факта, что вероятность умереть неизменно равна для каждого москвича 0,027—независимо ни от его возраста, ни от профессии, ни от состояния здоровья и т. д.

Построение Кетле, естественно, оказалось непрочным. Бернуллиева схема оказалась несоразмерно простой по сравнению с чрезвычайной сложностью явлений социального порядка. Здание, построенное на несоответственном фундаменте, рухнуло.

На смену рухнувшей теории явилась новая. Основатель ее Лексис использовал в своих построениях другую формулировку закона больших чисел, теорему Пуассона, вместившую в себе более сложное—по сравнению с теоремой Бернулли—содержание. Пуассон показал, а Лексис сделал отсюда надлежащие выводы, что колеблемость около постоянного уровня представляет собой вовсе не обязательное следствие существования постоянной вероятности при каждом отдельном испытании. Вероятности умереть индивидуальных москвичей могут различаться между собой сколь угодно сильно, и все же смертность коллектива города Москвы может обнаружить устойчивость, и фактически ее обнаруживала по крайней мере на протяжении ограниченного отрезка времени.

Вместе с новой интерпретацией возникновения устойчивости статистических рядов Лексис занялся выяснением другого вопроса. Наблюдения показывали, что устойчивость далеко не являет собой необходимого атрибута статистических рядов. Наоборот, большинство рядов обнаруживали большую или меньшую степень отклонения от устойчивости. Учитывая это обстоятельство, Лексис предложил особую меру степени устойчивости, которую он назвал коэффициентом дисперсии. Следует упомянуть здесь, что подобную же меру предложил четырьмя годами раньше Лексиса французский актуарий Дормуа.

Схема исчисления коэффициента дисперсии такова:

1. Выводится среднее арифметическое чисел данного статистического ряда, иными словами — устанавливается гипотеза постоянного уровня.

2. Исчисляется средняя колеблемость чисел данного ряда от названного постоянного уровня; притом эта средняя колеблемость определяется как средний квадрат отклонений чисел от среднего арифметического. В дальнейшем эта величина будет обозначаться символом α^2 и называться „наблюденной девиатой".

3. Определяется по правилам теории вероятностей теоретическая средняя колеблемость соответственно условиям схемы Бернулли—Пуассона. В дальнейшем эта величина будет обозначаться символом μ^2 и называться „теоретической девиатой".

4. Наблюденная девиата α^2 сравнивается с теоретической девиатой μ^2, при чем α^2 делится на μ^2 и в частном получается коэффициент дисперсии Q^2:

$$Q^2 = \frac{\alpha^2}{\mu^2}$$

Если гипотеза постоянного уровня верна, т.-е. числа данного ряда колеблются около постоянного уровня исключительно вследствие причин случайного характера, тогда коэффициент дисперсии близок к единице, и тем ближе к единице, чем длиннее изучаемый статистический ряд. Если же сделанная гипотеза не верна, то коэффициент дисперсии отличается от единицы. Если уровень фактически, вопреки сделанной гипотезе, не остается постоянным, а изменяется, тогда Q^2 превышает единицу; и превышение это тем сильней, чем выше изменяемость ряда. Коэффициент дисперсии равный единице, свидетельствует, по терминологии Лексиса, о нормальной устойчивости, а коэффициент, отличающийся от единицы, указывает на устойчивость ненормальную.

Идеи Лексиса дали новое направление статистической мысли. Но в новые мехи была влита значительная доза старого вина. Если Кетле ставил главной задачей статистики раскрытие устойчивого порядка социальной жизни, то в учении Лексиса устойчивость фигурирует в преображенном виде, в качестве некоей нормы, и все, что не укладывается в рамки устойчивого порядка, квалифицируется ненормальным.

Между тем накоплявшиеся наблюдения все ясней устанавливали тот факт, что устойчивые ряды представляют собой исключение, даже, можно сказать, крайне редкое исключение. Тем самым все ярче и определенней выдвигалась необходимость в ином подходе к уяснению процессов социальной жизни.

И не только редкость устойчивых рядов вынуждала к пересмотру учения Лексиса. Пересмотр диктовался также и тем, что предложенная Лексисом мера степени устойчивости приводила исследователей к противоречивым выводам, к неверным обобщениям.

II. Коэффициент дисперсии, как источник противоречивых выводов.

Почему предложенная Лексисом мера степени устойчивости приводила исследователей к противоречивым выводам и к неверным обобщениям?

Происходило это по той причине, что коэффициент дисперсии не может дать однозначной характеристики каждого данного статистического материала, ибо запечатлевает влияние по крайней мере двух факторов. Первый фактор—случайные причины, создающие беспорядочные колебания чисел. Краткой характеристикой этих колебаний служит упомянутая выше величина μ^2—теоретическая девиата. Второй фактор—причины, действующие не беспорядочно

а в определенном направлении, создающие переменный уровень, упорядоченное движение которого нарушается случайными причинами. Наиболее простой характеристикой изменяемости уровня может служить разность между наибольшим и наименьшим значениями чисел, отображающих этот уровень. Названная разность в дальнейшем будет обозначаться символом Δ и называться изменяемостью ряда.

Рассмотрение вопроса о влиянии причин, сглаживающих случайные колебания, здесь опускается вследствие практически несущественного его значения.

Анализ показывает, что изменяемость Δ связывается с девиатами α^2 и μ^2 при помощи следующего простого уравнения:

$$\alpha^2 = \mu^2 + \Theta\Delta^2$$

где Θ — дробь, в большинстве случаев близкая к $^1/_{12}$.

Вследствие изложенного коэффициент дисперсии определится, как функция двух величин : μ^2 — теоретической девиаты и Δ—изменяемости—следующим образом:

$$Q^2 = 1 + \Theta\frac{\Delta^2}{\mu^2}$$

Обе величины Δ и μ, будучи различного происхождения, влияют на Q по разному. Это то обстоятельство и порождает ряд противоречий. Один и тот же статистический материал, например, может быть охарактеризован бесчисленным множеством значений Q, единственно благодаря различной системе группировки материала. Происходит это по следующей причине. Изменяемость Δ для каждого данного материала не зависит, вообще говоря, от той или иной группировки; она остается без изменения при любой группировке, конечно, при том непременном условии, что число групп не сокращается чрезмерно. Другая величина μ^2, как об этом будет сказано несколько ниже, изменяется пропорционально числу групп: если число групп, положим, увеличивается в 12 раз, то и μ^2 увеличивается во столько же раз. Судить о том, что получается при различных группировках, можно из следующего примера. Измеряется, скажем, степень устойчивости смертности какой-либо страны. Материал группируется по годам, и коэффициент Q^2 оказывается равным, положим, 2,2. Стоит разгруппировать тот же материал по месяцам, и коэффициент Q^2 уменьшится вдвое, сократившись до величины 1,1. Ибо в первом случае имеем:

$$Q^2 = 1 + 1{,}2$$

а во втором случае:

$$Q^2 = 1 + 0{,}1$$

Второе слагаемое во втором случае уменьшится в 12 раз, так как μ^2 увеличится в 12 раз.

Группировка по неделям приведет к величине Q^2 совсем близкой к единице; наоборот, группировка по пятилетиям уведет Q^2 очень далеко от единицы.

Что можно сказать после таких измерений? В какой именно мере устойчива смертность в такой-то стране? Определенного ответа нет.

Многочисленные недоразумения порождены были самым термином „устойчивость". Этот термин обладает у Лексиса слишком специфическим содержанием. Если Лексис или его ученики говорят: „такой-то ряд устойчив", то это вовсе не значит, что уровень такого ряда близок к постоянству, что его изменяемость мала. Совсем нет. Устойчивым рядом, по Лексису, называется такой ряд, коэффициент дисперсии которого равняется единице. И только. „Устойчивость" и „постоянство уровня" — совершенно различные понятия, ничего общего между собой не имеющие. Отсюда-то и рождаются внутренне противоречивые выводы. Утверждается, например, что устойчивость рядов увеличивается по мере сужения поля наблюдения. Иными словами, когда изучаемая масса разбивается на ряд мелких подгрупп, то устойчивость этих подгрупп оказывается большей сравнительно с устойчивостью всей массы. (Ср. А. А. Чупров, „Очерки по теории статистики", 2-е изд., стр. 365—370). В подтверждение этого обобщения, в книге А. А. Чупрова приводится ряд примеров. Возьмем какой-нибудь из них. Устойчивость полового состава рождающихся в Англии за время 1859—1871 охарактеризовалась коэффициентом $Q^2 = 2{,}6$; при рассмотрении же устойчивости полового состава новорожденных отдельно по 45 графствам получается среднее значение Q^2, равное единице с точностью до 0,1. Первый коэффициент (2,6) сильно отличается от единицы, а второй почти ей равен. Значит ли это, что половой состав новорожденных по отдельным графствам обнаружил такое постоянство, какого нет и в помине по всей Англии в целом? Нет, отнюдь не значит. Второе Q вплотную приблизилось к единице вовсе не в силу приближения уровня к постоянству, вовсе не в силу сокращения размеров Δ, а единственно вследствие увеличения размеров μ^2. Эта последняя величина при измельчении материала—в связи с переходом от всей Англии к 45 отдельным графствам — должна была увеличиться в среднем примерно в 45 раз. Так что общеанглийский коэффициент 2,6 ($=1+1{,}6$) при переходе к измельченному материалу должен был дойти до величины 1,04:

$$1 + \frac{1{,}6}{45} = 1{,}04$$

т.-е. почти вплотную подойти к единице, хотя бы Δ вовсе не сокращалась.

Едва ли ли не самым ярким примером того тупика, в который зашла школа Лексиса с ее культом „устойчивости“, служит так называемый „закон малых чисел“, связанный с именем проф. В. Борткевича. Этим „законом“ утверждается следующее общее положение: явления очень редкие обладают устойчивостью более близкой к нормальному уровню, нежели явления часто встречающиеся. Например, общая смертность отклоняется от нормы гораздо сильней, чем смертность от редких болезней; чрезвычайно устойчивы самоубийства, в особенности редкие их виды, и т. д.

Действительно, измерение устойчивости редких явлений по методу Лексиса приводит к коэффициенту дисперсии, мало отличающемуся от единицы. Но что это значит? Формула:

$$Q^2 = 1 + \Theta \frac{\Delta^2}{\mu^2}$$

с полной отчетливостью выясняет положение. Обращаясь к ней, зададим вместе с тем вопрос: может ли изменяемость редких явлений достигать больших размеров? Ответ ясен сам собой. Конечно, не может по той простой причине, что если бы изменяемость Δ оказалась большой, то само явление перестало бы в глазах наблюдателя быть редким. Изменяемость редких явлений именно в силу их редкости должна измеряться малыми числами. Следовательно, близость коэффициента Q^2 к единице является простым следствием самого определения понятия редкого явления. С другой стороны, если наблюдатель не придает значения измерениям абсолютных величин малых дробей, то это еще не свидетельствует об'ективно о постоянстве уровня. Редкие явления могут учащаться во много раз, или, наоборот, становиться еще более редкими; их уровень может претерпевать относительно большие изменения, а наблюдатель все же не будет в состоянии отрешиться от своего суб'ективного отношения к абсолютным размерам этих „больших“ изменений. Для него эти изменения будут оставаться все-таки мало заметными. Применение к редким явлениям метода Лексиса отвечает вполне запросам такого суб'ективно настроенного наблюдателя. Об'ективного же ответа на вопрос, изменяется ли уровень данного ряда малых чисел, ждать не приходится. Такого ответа он дать не может. И выходит таким образом, что смысл „закона малых чисел“ исчерпывается указанием на мало заметную изменяемость мало заметных величин.

Общий вывод из всего сказанного таков. Коэффициент дисперсии не моежт служить мерилом изменяемости статистических рядов. Между тем статистику приходится иметь

дело почти исключительно с изменяющимися рядами. Он вынуждается интересоваться не статикой, но динамикой рядов. Метод Лексиса должен, следовательно, уступить место другой теории, имеющей в виду изучение динамики статистических рядов, теории изменяемости статистических рядов.

III. Изучение динамики статистических рядов в случае плавного уровня.

Теория изменяемости статистических рядов задается целью определять изменяемость рядов. Задача эта может быть поставлена либо узко, либо широко, углубленно. Можно ограничиться констатированием наличия или отсутствия изменяемости, т.-е. ограничиться определением размеров Δ. Но можно и углубить задачу: можно заняться выявлением уровня изменяемости. Не всегда, разумеется, такая постановка задачи возможна. Нельзя, например, говорить об уровне смертности, если она ставится в зависимость от профессии. В данном случае единственно возможной представляется первая, более узкая, постановка задачи, т.-е. исчисление размеров Δ. Углубленная же постановка задачи мыслима лишь тогда, когда открывается возможность утверждать о существовании уровня, когда, например, изучается изменение урожайности во времени или изучается зависимость смертности от возраста.

Независимо от названных двух постановок задачи приходится различать два типа ее решений. Первый тип предполагает возможность непосредственного определения размеров теоретической девиаты μ^2, второй тип имеет в виду тот случай, когда теоретическая девиата не может быть исчислена непосредственно.

Рассмотрим первый тип. В этом случае задача решается очень просто путем использования упомянутого уже выше уравнения:

$$\alpha^2 = \mu^2 + \Theta\ \Delta^2$$

Как именно решается задача, станет ясным из разбора какого-либо примера. Исследуем статистический ряд, взятый из книги проф. В. Борткевича: „Gesetz der kleinen Zahlen“.

Этот ряд интересен для нас в том отношении, что он квалифицируется автором „Закона малых чисел“ как устойчивый. Проф. В. Борткевич анализирует числа женских самоубийств в восьми мелких немецких государствах за время с 1881 по 1894 год. Берем данные одного из государств, именно Шварцбург—Зондергаузен:

Годы.	Число самоуб.	Годы.	Число самоуб.	Годы.	Число самоуб.
1881	2	1886	4	1891	9
1882	5	1887	10	1892	4
1883	5	1888	2	1893	9
1884	2	1889	6	1894	10
1885	2	1890	9		
В среднем 1881—1885	3,2	В среднем 1886—1890	6,2	В среднем 1891—1894	8,0

Общее число самоубийств за все 14 лет равно 79; среднее годовое равно 5,64.

Уже, собственно говоря, и без дальнейшего анализа ясно вырисовывается определенная тенденция числа самоубийств к возрастанию. Однако измерим эту тенденцию. Обращаемся к уравнению:

$$\alpha^2 = \mu^2 + \Theta\,\Delta^2$$

В данном случае:

$$\alpha^2 = 9{,}37$$
$$\mu^2 = 5{,}64$$

Первая из этих величин определяется как средний квадрат отклонений чисел нашей таблицы от среднего арифметического 5,64. Вторая величина определяется на основании известной формулы теории вероятностей:

$$\mu^2 = spq = sp\,(1-p)$$

которая в данном случае вследствие малой величины p обращается в:

$$\mu^2 = sp = m \quad \left[\text{так как } p = \frac{m}{s}\right]$$

т.-е. μ^2 измеряется средним годовым количеством самоубийств, которое, как видно из предыдущего, равно 5,64.

Приняв еще во внимание, что в нашем случае Θ близко к $^1/_{12}$, получаем для определения Δ следующее уравнение:

$$9{,}37 = 5{,}64 + \frac{1}{12}\,\Delta^2$$

Отсюда находим:

$$\Delta = 6{,}69$$

Можно, следовательно, предполагать здесь наличие заметно изменяющегося уровня. Словом „заметно" характеризуется здесь не абсолютно большое изменение, а лишь относительно большое, превышающее 100% среднего годового числа самоубийств.

Гипотеза постоянного уровня терпит фиаско. Но если уровень изменялся, то каково именно было это изменение? Делаем предположение о наиболее простом изменении, о линейном. Вычисление по способу наименьших квадратов даст следующее аналитическое отображение линейного уровня:

$$y = 2 + 0{,}49\,t$$

где y—числа нашего уровня, а t—число лет от условного нуля, от принятого за начало отсчета 1880 года. Для двух крайних, в пределах поля наблюдения, годов получаем:

для 1881 года (t = 1) . . . y = 2,49
для 1894 года (t = 14) . . . y = 8,86

Разность между этими двумя значениями, равная 6,37 (8,86—2,49), мало отличается от выведенного выше размера Δ, равного 6,69.

Для годовых средних по трем интервалам 1881—85, 1886—90 и 1891—94 найденный линейный уровень дает следующие цифры: 3,5; 5,9; 8,1. Непосредственный же подсчет, как это указывалось выше, дал соответственно: 3,2; 6,2; 8,0.

Средний квадрат отклонений 14 годовых чисел самоубийств от найденного линейного уровня измеряется, как показывает вычисление, цифрой (5,54). Эта величина чрезвычайно близка к теоретической девиате (μ^2=5,64), которая представляет собой средний размер случайных отклонений. Значит, отклонения наших чисел от линейного уровня могут квалифицироваться как случайные, а самый уровень должен считаться близким к истинному. Следовательно, женские самоубийства, рассмотренные в нашем примере, должны были характеризоваться отнюдь не устойчивым уровнем, но уровнем равномерно возрастающим.

Обратимся теперь к рассмотрению второго типа задачи определения изменяемости статистических рядов. Этот тип задачи имеет место при изучении таких явлений, как урожайность, цена, продукция и т. д., словом таких явлений, для которых теоретическая девиата непосредственно не может быть исчислена.

Задача второго типа находит свое решение в том случае, если изучаемое явление ставится в зависимость от

фактора, действующего на него упорядоченно. Мыслится при этом, что числа изучаемого ряда изменяются под влиянием причин двоякого рода. Первый род—причины, действующие упорядоченно, второй род—причины, действующие беспорядочно, случайные. Причины первого рода создают некий уровень, либо плавный, либо синусоидальный, либо идущий правильно сменяющимися зигзагами, вообще некий упорядоченный уровень. Причины второго рода порождают беспорядочные отклонения отдельных членов ряда от этого уровня.

Сейчас мы рассмотрим наиболее распространенный случай уровня плавного.

Приведем несколько соображений, обосновывающих реальность плавного уровня. Расчленение статистического материала на ряд отдельных количественных групп имеет чисто условное значение [1]). Число групп, на которые разбивается каждый данный материал, зависит от усмотрения наблюдателя. В иных случаях статистик берет многочисленные мелкие группы, в других—группы малые числом и крупные по размерам. Отдельные характеризующие каждую группу цифры образуют колеблющийся ряд, графически изображаемый ломаной линией. Вид, взаимное расположение, размах колебаний изломов этой линии находится в тесной зависимости от той или иной группировки материала. Мелкие группы дают колебания больших размеров, нежели крупные группы. Размах колебаний при каждой группировке соответствует всякий раз об'ему отдельных групп. Например, при образовании ряда частостей смертных случаев для одновозрастных групп можно поступать различным образом в зависимости от того, что разуметь под одновозрастной группой. Можно, например, условиться считать за одинаковые такие возрасты, которые различаются между собой не больше, чем на один год. Но можно условиться в различении, не превышающем одного месяца, или одной недели, и т. д. При группировке по месяцам получится групп в 12 раз больше, чем при группировке по годам, и об'ем каждой группы уменьшится в 12 раз. Амплитуда колебаний чисел значительно расширится. Еще больше расширится размах колебаний, если принять за базис группировки одну неделю. И так дальше.

Следовательно, разработка статистического материала приводит отнюдь не к одной ломаной линии, а к бесчисленному ряду ломаных линий. Опыт показывает, что все эти ломаные линии в большинстве случаев обладают одним

[1]) О такой условности можно говорить, конечно, лишь весьма условно, т.-е. поскольку эта условность не совпадает с оппортунизмом. Ред.

общим свойством: колебания их по мере расширения размеров отдельных групп все тесней примыкают к некоторой плавной линии, являющейся пределом для любой группировки. (См. диаграммы № 1 и № 2).

Следует, быть может, подчеркнуть здесь, что плавность уровня вовсе не есть какое-то имманентное свойство статистических рядов. Этой плавности может и не быть. И опасность безнадежных исканий заранее должна быть учтена исследователем.

Идея плавной линии является обобщением мысли, положенной в основу искания типических средних, в основу начала арифметической середины. Такая средняя, графически изображаемая в виде горизонтальной прямой, есть частный случай плавных линий, наиболее простой их вид.

Итак положим, что числа статистического ряда колеблются около предельного плавного уровня. Характер колебаний зависит от той или иной системы группировки. Чем меньше группы, тем шире размах колебаний. С переходом к более крупным группам амплитуда колебаний сужается. Сужение колебаний около предельного уровня повинуется определенному закону. Закон этот может быть формулирован следующим образом: средний квадрат отклонений от предельного уровня прямо пропорционален числу групп. Этот закон совершенно точен в том случае, когда предельный уровень постоянен и группы представлены равномерно. В прочих случаях указанный закон—приблизителен.

Покажем справедливость его для случая колебаний частостей около постоянной вероятности. Для большей наглядности представим себе опыт с извлечением шаров из урны, содержащей белые и черные шары в пропорции p : q. Опыт состоит из z серий по s извлечений в каждой серии. Пусть общее для всего опыта число извлечений равно S, так что:

(1) . . . . . $S = zs$ и $S = \frac{S}{z}$

Теоретическое значение среднего квадрата отклонений частостей от вероятностей определяется при посредстве известной из теории вероятностей формулы:

(2) . . . . . $\mu^2 = \frac{p \cdot q}{S}$

Подставляем в эту формулу вместо s равное ему $\frac{S}{z}$, получаем:

(3) . . . . . $\mu^2 = \frac{zpq}{S}$

Общее число извлечений S и вероятности p и q при любых группировках остается неизменным для всего опыта в целом. Таким образом величина μ^2 оказывается прямо пропорциональной числу серий z.

Запечатлеем факт прямой пропорциональности между величинами μ^2 и z в виде общего приближенного равенства:

(4) . . . . . $\mu^2 = kz$

где k — коэффициент пропорциональности, независящий от перегруппировок каждого данного статистического материала.

Если данный статистический материал будет расчленен в одном случае на z_1 групп, а в другом—на z_2 групп, тогда будем иметь:

$$\mu_1^2 = kz_1;\ \mu_2^2 = kz_2$$

И связь между μ_1^2 и μ_2^2 выразится следующим соотношением:

(5) . . . . . $\mu_1^2 : \mu_2^2 = z_1 : z_2$

Упомянутый закон, запечатленный в форме уравнения (5), дает ключ для решения вопроса о том, устойчив ли данный статистический ряд или его уровень изменяется. Как использовать этот ключ?

При различных группировках величина Δ остается неизменной, ибо ее размер зависит лишь от изменения предельного для любой группировки уровня. При двух различных группировках испытуемого статистического ряда: на z_1 групп и на z_2 групп—получаем два уравнения:

(6) . . . . . $\begin{cases} \alpha_1^2 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2 \\ \alpha_2^2 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2 \end{cases}$

Здесь α_1^2 и α_2^2 — наблюденные девиаты, определяющиеся непосредственно из наблюдений, и, таким образом, известные величины; величины же μ_1^2, μ_2^2 и Δ — неизвестны. Двух уравнений (6) было бы недостаточно для определения названных трех неизвестных, если бы не существовало выведенного соотношения (5). Это соотношение, будучи присоединено к системе уравнений (6), дает возможность вычислить все три неизвестные. Тем самым решается задача определения формы уровня анализируемого статистического ряда: остается ли его уровень постоянным или изменяется.

* * *

При помощи изложенного выше способа — косвенного способа определения изменяемости ряда — задача определения формы уровня решается лишь в общих чертах. Дается ответ на вопрос, как велика изменяемость Δ испытуемого ряда. Но можно поставить более определенный вопрос: какую именно форму должен иметь предельный уровень данного ряда?

Такая задача может быть решена следующим образом. Ставится наипростейшая гипотеза: делается предположение, что искомый уровень представляет собой горизонтальную прямую. Иными словами вычисляется средняя арифметическая чисел данного ряда. Затем вычисляется девиата α^2. Если найденная девиата превышает теоретическую девиату μ^2, то делается усложненное предположение: искомый уровень отображается в виде наклонной прямой. Опять вычисляется средний квадрат отклонений уже от этого нового уровня и вычисленная величина сравнивается с μ^2. Если она все-таки превышает μ^2, то ставится третья гипотеза: уровень изменяется по параболе второго порядка. Эта третья гипотеза оценивается так же, как и предыдущие первая и вторая. И так дальше до тех пор, пока средний квадрат отклонений от вычисленного уровня не подойдет близко к значению теоретической девиаты μ^2. Такой вычисленный уровень и будет искомым уровнем.

Технические приемы отыскания параметров гипотетических линий излагаются во многих учебниках математической статистики и курсах теории вероятностей. Поэтому я не буду здесь на них останавливаться. Добавлю только, что в тех случаях, когда указанный выше прием параболического выравнивания долго не дает достаточно удовлетворительного результата, тогда задача может быть решена, так сказать, с другого конца. Можно с самого начала применить какой-нибудь механический метод выравнивания. Механическое выравнивание обыкновенно дает, так сказать перелет: оно идет дальше цели, прихватывая случайные колебания. В таком случае приходится прибегать к вторичному сглаживанию, а затем, если понадобится, и к последующим.

Изложенный выше метод в дальнейшем иллюстрируется примерным анализом двух рядов, которые составляют две части одного опыта, проделанного актуарием К. Вагнером. Результаты этого опыта, равным образом как и описание обстановки опыта, были опубликованы в журнале „Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft“ за 1906 г. Наш анализ ведется в предположении, что обстановка опыта остается неизвестной; цель анализа—восстановить эту обста-

новку. Так как условия опыта на самом деле известны, то наш анализ служит как бы проверкой надежности метода.

Первый опыт. Произведен опыт с извлечением шаров из мешка, содержащего 30 белых и 30 черных шаров. Будем считать пока неизвестным соотношение между количествами шаров разного цвета, и поставим задачу: отыскать это соотношение.

Было произведено 2500 извлечений. Если расчленить весь опыт на 250 серий по 10 извлечений в каждой серии, тогда последовательные частости появления черного шара изобразятся следующим рядом чисел, см. таблицу № 1.

Таблица № 1.

С Е Р И И									
1-25	26-50	51-75	76-100	101-125	126-150	151-175	176-200	201-225	226-250
0,5	0,8	0,4	0,6	0,7	0,5	0,4	0,5	0,3	0,7
0,8	0,5	0,6	0,7	0,6	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6
0,4	0,6	0,3	0,6	0,7	0,6	0,1	0,8	0.5	0,4
0,4	0,3	0,5	0,8	0,6	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5
0,6	0,2	0,4	0,3	0,6	0,4	0,6	0,5	0,5	0,5
0,4	0,3	0,7	0,6	0,6	0,2	0,3	0,3	0,3	0,5
0,7	0,8	0,4	0,3	0,7	0,6	0,6	0,7	0,5	0,3
0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6	0,9	0,5
0,6	0,5	0,3	0,3	0,7	0,5	0,6	0,4	0,5	0,7
0,4	0,7	0,3	0,6	0,4	0,3	0,8	0,3	0,5	0,6
0,5	0,6	0,5	0,2	0,6	0,5	0,8	0,6	0,5	0,6
0,4	0,9	0,4	0,9	0,3	0,5	0,5	0,3	0,7	0,6
0,7	0,2	0,4	0,7	0,4	0,5	0,5	0,7	0,8	0,3
0,6	0,4	0,6	0,3	0,5	0,7	0,5	0,2	0,5	0,5
0,3	0,5	0,4	0,5	0,4	0,4	0,2	0,6	0,6	0,5
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5	0,6	0,8	0,7
0,7	0,5	0,8	0,5	0,6	0,3	0,8	0,7	0,5	0,3
0,6	0,5	0,3	0,2	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4
0,6	0,4	0,4	0,4	0,9	0,6	0,4	0,8	0,3	0,4
0,4	0,1	0,3	0,5	0,5	0,6	0,6	0,5	0,8	0,5
0,3	0,7	0,6	0,1	0,4	0,3	0,4	0,7	0,6	0,6
0,3	0,7	0,5	0,4	0,2	0.5	0,5	0,4	0,6	0,6
0,5	0,1	0,4	0,5	0,6	0,6	0,5	0,4	0.3	0.8
0,3	0,6	0,8	0,4	0,4	0,5	0,4	0,5	0,3	0,5
0,5	0,4	0,6	0,5	0,7	0,2	0,5	0,4	0,4	0,6

Средняя арифметическая этого ряда чисел равна 0,506. Девиата = 0,026644.

Разгруппируем материал иначе. Расчленим его на 25 серий по 100 извлечений в каждой серии в порядке их фактической последовательности: тогда получим следующий ряд частостей появления черного шара, см. таблицу № 2.

Таблица № 2.

С Е Р И И				
1—5	6—10	11—15	16—20	21—25
0,52	0,43	0,61	0,50	0,51
0,53	0,46	0,53	0,54	0,61
0,43	0,59	0,49	0,53	0,49
0,53	0,48	0,48	0,47	0,51
0,45	0,40	0,46	0,56	0,54

Средняя арифметическая этого ряда точно также равна 0,506. Но девиата здесь оказывается значительно меньшей и равна 0,002792.

Итак, при группировке в 250 серий получаем девиату $\alpha_1^2 = 0{,}026644$, а при группировке в 25 серий меньшую девиату $\alpha_2^2 = 0{,}002792$. Зададим теперь вопрос, обладает ли рассматриваемый статистический материал постоянным уровнем; иными словами, оставалось ли во все время опыта неизменным соотношение между белыми и черными шарами?

Применим наш метод. Вспомнив уравнения (5) и (6), пишем:

$$\begin{cases} 0{,}026644 = \mu_1^2 + \Theta\,\Delta^2 \\ 0{,}002792 = \mu_2^2 + \Theta\,\Delta^2 \\ \mu_1^2 : \mu_2^2 = 250 : 25 = 10 \end{cases}$$

Приняв еще во внимание приближенное значение $\Theta = \frac{1}{12}$, разрешаем нашу систему трех уравнений относительно трех неизвестных: μ_1^2, μ_2^2 и Δ^2 и находим:

$$\mu_1^2 = 0{,}026502;\ \mu_2^2 = 0{,}002650;\ \Delta^2 = 0{,}0017$$

Изменяемость нашего ряда очень мала. Отсюда следует, что соотношение между черными и белыми шарами оставалось, повидимому, неизменным. Так как, далее, средняя арифметическая равна 0,506, т.-е. близка к $^1/_2$, то можно заключить, что черных и белых шаров было в мешке поровну (или близко к тому). Именно так и было на самом деле, так что анализ вскрыл истинные условия опыта.

Числа таблиц № 1 и № 2 и соответствующий им постоянный уровень изображены на диаграмме № 1.

Второй опыт. В этом опыте соотношение между числом шаров различного цвета постепенно менялось. Именно, при первой сотне извлечений было 29 белых и 30 черных, при второй—28 белых и 30 черных, при третьей—27 белых и 30 черных, и т. д.; так что при последней 25-й сотне было 5 белых и 30 черных. Вероятность извлечения черного шара, следовательно, постепенно увеличивалась, проходя ряд значений от $\frac{30}{59}$ ($= 0{,}51$) до $\frac{30}{35}$ ($= 0{,}86$).

Опять допустим, что об этом увеличении вероятности мы ничего не знаем, и поставим своей целью выяснить изменение уровня.

Расчленение опыта, состоящего из 2500 извлечений, на 250 серий по 10 извлечений даст числа, изображенные в нижеследующей таблице № 3.

Таблица № 3.

С Е Р И И.									
1-25	26-50	51-75	76-100	101-125	126-150	151-175	176-200	201-225	226-250
0,7	0,7	0,6	0,9	0,5	0,5	0,3	0,6	0,6	0,7
0,5	0,5	0,3	0,3	0,4	0,6	0,6	1,0	0,9	0,8
0,4	0,6	0,5	0,7	0,3	0,7	0,7	0,6	0,7	0,9
0,4	0,7	0,7	0,7	0,7	0,5	0,5	0,9	0,6	0,6
0,4	0,6	0,6	0,6	0,5	0,7	0,7	1,0	0,4	0,8
0,6	0,2	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,9	0,8
0,4	0,6	0,5	0,7	0,5	0,7	0,4	0,9	0,9	0,8
0,7	0,8	0,3	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,9	0,8
0,6	0,4	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,7	0,9	0,7
0,7	0,6	0,8	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,6	0,7
0,5	0,5	0,6	0,5	0,8	0,6	0,9	0,8	0,8	0,9
0,2	0,7	0,3	0,5	0,5	0,6	0,8	0,8	0,9	0,6
0,3	0,5	0,4	0,8	0,8	0,4	0,8	0,6	0,9	0,9
0,3	0,5	0,8	0,6	0,3	0,9	0,5	0,6	0,8	1,0
0,3	0,6	0,9	0,4	0,7	0,8	0,6	0,8	1,0	0,8
0,6	0,6	0,8	0,4	0,4	0,5	0,7	0,6	0,6	1,0
0,5	0,2	0,3	0,6	0,4	0,3	0,8	0,6	0,9	0,9
0,4	0,6	0,7	0,4	0,6	0,8	0,9	0,7	0,8	0,9
0,7	0,3	0,7	0,6	0,6	0,6	0,8	0,7	1,0	0,8
0,5	0,3	0,6	0,7	0,7	0,6	1,0	0,9	0,7	0,7
0,3	0,3	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6	0,9	0,8	0,9
0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,4	0,7	0,9	0,7	0,9
0,3	0,5	0,7	0,9	0,7	0,6	0,6	0,9	0,9	0,9
0,5	0,5	0,8	0,6	0,5	0,7	0,7	0,7	0,7	1,0
0,7	0,8	0,8	0,8	0,5	0,6	0,4	0,8	1,0	0,9

Средняя арифметическая чисел этого ряда равна 0,6492. Девиата = 0,034179.

Расчленим теперь материал на 25 серий по 100 извлечений в каждой серии в порядке их последовательности. Тогда получим другой ряд частостей появления черного шара, изображенный в таблице № 4.

Таблица № 4.

С Е Р И И.				
1—5	6—10	11—15	16—20	21—25
0,54	0,54	0,57	0,60	0,74
0,43	0,61	0,58	0,78	0,84
0,56	0,67	0,58	0,71	0,79
0,54	0,62	0,68	0,72	0,80
0,47	0,63	0,57	0,77	0,89

Средняя арифметическая этого ряда тоже равна 0,6492. Девиата равна 0,013527; сократилась против девиаты чисел таблицы № 3, но не так сильно, как это имело место при переходе от данных таблицы № 1 к данным таблицы № 2.

Проанализируем данные опыта с точки зрения нашего метода. Опять вспоминаем систему уравнений (5) и (6) и получаем:

$$\begin{cases} 0{,}034179 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2 \\ 0{,}013527 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2 \\ \mu_1^2 : \mu_2^2 = 10 \end{cases}$$

На основании этой системы уравнений имеем:

$$\mu_1^2 = 0{,}022947;\ \mu_2^2 = 0{,}002295;\ \Delta = 0{,}367.$$

Эти результаты указывают, что уровень не оставался неизменным: относительное число черных шаров изменялось так, что разность между максимумом и минимумом была равна приблизительно 0,367. Дальнейший анализ показывает, что усложнение формы уровня достаточно довести до пара-

болы второго порядка. Исходя из группировки в 25 серий, получаем уравнение параболы:

$$y = 0{,}509 + 0{,}004187\ x + 0{,}0003878\ x^2$$

где x — номер серии, y—значения искомой вероятности. При таком уровне средний квадрат отклонений падает до значения 0,002616, близкого μ_2^2 (=0,002295).

Насколько хорошо вычисленный уровень отражает действительность, видно из следующего сопоставления.

С Е Р И И.					
1—8		9—16		17—25	
Вычисл.	Действ.	Вычисл.	Действ.	Вычисл.	Действ.
0,51	0,51	0,58	0,59	0,69	0,70
0,52	0,52	0,59	0,60	0,71	0,71
0,53	0,53	0,60	0,61	0,73	0,73
0,53	0,54	0,62	0,62	0,75	0,75
0,54	0,55	0,63	0,64	0,77	0,77
0,55	0,56	0,64	0,65	0,79	0,79
0,56	0,57	0,66	0,67	0,81	0,81
0,57	0,58	0,68	0,68	0,83	0,83
				0,86	0,86

Числа таблиц № 3 и № 4 и соответствующий им переменный уровень изображены на диаграмме № 2.

IV. Изучение динамики статистических рядов в случае зигзагообразного уровня.

Как именно разрешается задача отыскания зигзагообразного уровня, поясняется нижеследующим примером. Представим себе эксперимент последовательных извлечений шаров из двух урн, с возвращением каждого извлеченного шара обратно в ту урну, из которой он был вынут. В одной из этих двух урн заключено 4 черных и 6 белых шаров, а в другой—6 черных и 4 белых. Таким образом, вероятность извлечения черного шара из первой урны равна 0,4, а из второй 0,6.

Обращаемся сначала к первой урне и производим из нее 100 последовательных извлечений. Такая сотня извлечений даст нам некоторую частость появления черного шара, которую обозначим символом w_1. Затем обращаемся ко второй урне и делаем то же, что и с первой: получится новая частость появления черного шара w_2. Такие сотни извлечений будем производить, обращаясь попеременно то к пер-

вой, то ко второй урне, что даст в результате ряд частостей.

$$w_1,\ w_2,\ w_3,\ w_4,\ w_5,\ w_6, \ldots\ldots$$

В этом ряду все нечетные частости будут колебаться около вероятности 0,4, все же четные—около 0,6.

Таким образом числа w будут колебаться около зигзагообразного уровня:

$$0{,}4,\ 0{,}6,\ 0{,}4,\ 0{,}6, \ldots\ldots$$

Можно усложнить эксперимент прибавлением третьей, четвертой и т. д. урн с иными соотношениями черных и белых шаров. Тогда вместо двухчленных зигзагов получатся трехчленные, четырехчленные и т. д. При всяком таком опыте условимся соблюдать одно непременное условие: сохранение раз навсегда установленного порядка чередования урн. Так что каждый n-членный зигзаг представит собой цикл, воспроизводящийся в течение опыта некоторое целое число раз.

Оставляя пока в стороне усложненный эксперимент, обращаемся к нашему примеру. Представим себе, что полученные в результате нашего опыта частости w мы показываем некоему математику и, скрыв от него все условия опыта, предлагаем ему определить уровень, около которого колеблются частости w.

Если этот математик прибегнет к предложенному автором настоящих строк методу определения изменяемости статистических рядов, он сразу придет к абсурдным на первый взгляд результатам. Действительно, наш математик вычислит среднюю частость, которая окажется при достаточно большом числе испытаний близкой 0,5. Затем он определит девиату. Как велика окажется она в данном случае? Мы, знающие условия опыта, сумеем ее вычислить. Отклонение величины w_1 от 0,5 представит собой сумму двух величин:

$$w_1 - 0{,}5 = (w_1 - 0{,}4) + (0{,}4 - 0{,}5)$$

из которых первая $(w_1 - 0{,}4)$ представит собой случайное отклонение от истинной вероятности 0,4, а вторая—(0,4—0,5)—физическое отклонение истинной величины 0,4 от ошибочной 0,5. Отклонение w_2 точно также распадается на пару аналогичных слагаемых. И так далее. Обозначим первое из слагаемых через ε; оно представит собой, повторяю, случайное отклонение. Второе слагаемое обозначим $\pm d$; знак $+$ во всех четных сериях, знак $-$ во всех нечетных. Затем, взяв сумму квадратов отклонений чисел w от ошибочного уровня 0,5, мы получим в результате суммования этих квадратов:

$$\Sigma\,(\varepsilon \pm d)^2 = \Sigma\,\varepsilon^2 + \Sigma\,d^2 \pm 2d\,\Sigma\,\varepsilon$$

Так как $\Sigma\varepsilon$, как сумма случайных отклонений, при достаточно большом числе испытаний будет сколь угодно близка нулю, то будем иметь:

$$\Sigma\,(\varepsilon \pm d)^2 = \Sigma\,\varepsilon^2 + \Sigma\,d^2$$

Принимая далее для обозначения среднего квадрата случайных отклонений символ μ^2, будем иметь в нашем случае следующий состав девиаты:

$$\mu^2 + d^2$$

Величина μ^2 будет близка к теоретическому ее значению, исчисляемому по известной формуле теории вероятностей:

$$\mu^2 = \frac{pq}{s} = \frac{0{,}4\,.\,0{,}6}{100} = 0{,}0024$$

Величина же d^2 будет равна 0,01. Так что девиата окажется равной $0{,}0024 + 0{,}01 = 0{,}0124$.

Далее, попарно об'единенные частости будут отвечать вероятности:

$$\frac{1}{2}(0{,}4 + 0{,}6) = 0{,}5$$

А девиата будет близка 0,0012. Именно 0,0012, а не 0,00125, которое определилось бы на основании формулы:

$$\frac{pq}{s} = \frac{0{,}5\,.\,0{,}5}{100} = 0{,}00125$$

ибо здесь величина 0,5 представит собой по терминологии проф. Борткевича „среднюю вероятность неизменного состава", и девиата должна определиться на основании формулы:

$$\frac{1}{2}\,\frac{0{,}4\,.\,0{,}6}{200} + \frac{1}{2}\,\frac{0{,}6\,.\,0{,}4}{200} = 0{,}0012$$

Итак, наш математик при попарном об'единении частостей получит сокращение девиаты более чем в 10 раз:

$$0{,}0124 : 0{,}0012 = 10{,}(3).$$

Между тем, если бы уровень не был бы зигзагообразен, а представлялся бы постоянной величиной 0,5, тогда при попарном об'единении частостей девиата сократилась бы только вдвое, ибо до об'единения получилось бы:

$$\alpha_1^2 = \frac{05\,.\,0{,}5}{100} = 0{,}0025$$

а после об'единения:

$$\alpha_2^2 = \frac{0{,}5\,.\,0{,}5}{200} = 0{,}00125$$

Но в нашем случае должно произойти более чем десятикратное сокращение девиаты. Что останется делать нашему математику? Ему придется подвергнуть сомнению правильность первоначальной своей гипотезы постоянного уровня. Он сразу разрешил бы задачу, если бы д о г а д а л с я исследовать в отдельности четные и нечетные частости. Для ряда н е ч е т н ы х частостей определился бы средний уровень 0,4, а для ч е т н ы х—уровень 0,6. При сдваивании нечетных частостей девиата сократилась бы вдвое; точно такое же сокращение девиаты произошло бы при сдваивании четных частостей. Все, словом, было бы в порядке. И задача была бы решена: истинный уровень был бы определен.

Правда, цель оказалась бы достигнутой при помощи догадки. Однако путь догадок может быть введен здесь в рамки методического исследования. Такое исследование должно проводиться при помощи систематического испробования ряда гипотез. Совершенно очевидно, что в разобранном выше примере гипотеза трехчленного зигзага не приведет к решению задачи. При этой гипотезе пришлось бы анализировать три отдельные ряда, составленные путем расчленения основного ряда на тройки. Первые члены всех таких троек образовали бы первый ряд, а вторые и третьи —соответственно второй и третий ряды. Каждый из этих трех рядов даст свою среднюю. Все эти средние будут различаться между собой, но факт различия укажет исследователю п о к а лишь на в о з м о ж н о с т ь существования трехчленного зигзага, и только применение „косвенного метода“ к каждому из трех рядов в отдельности даст об'ективное основание для окончательного решения задачи. Именно, о к о н ч а т е л ь н о г о решения, ибо иные гипотезы кроме близкой к истине породят невязку при сравнении девиат.

Указанный выше метод приложим и к тому случаю, когда зигзаги будут иметь своей осью не постоянную величину, как это было в разобранном выше примере двухчленного зигзага, а величину плавно изменяющуюся. Если эксперимент давал двухчленные зигзаги, так что уровни нечетных и четных частостей располагались по обе стороны оси, то средние арифметические того и другого ряда будут непременно отличаться друг от друга. А „косвенный метод“ укажет на характер изменения обоих уровней.

Расчленение основного ряда на несколько рядов и раздельный анализ каждого из полученных рядов позволяет раскрывать условия еще более усложненного эксперимента. Именно такого, в котором будет п л а в н о изменяться не только о с ь, но и р а з м а х зигзагов. Необходимо только указать на весьма серьезное затруднение, лежащее на нашем пути

исследования. Метод удовлетворителен до тех пор, пока число членов зигзагов мало, пока расчленение основного ряда не грозит чрезмерным измельчением материала. Слишком сложные зигзаги неуловимы для нашего метода. Но один из типов n-членных зигзагов уловляется косвенным методом. Притом уловляется тем легче, чем выше n—число членов каждого цикла зигзагов. Это—тип волнообразно расположенных зигзагов, когда уровень статистического ряда синусоидально колеблется около некоторой оси. Анализ случая синусоидальных колебаний приводится в последней главе настоящей работы.

Первый пример определения зигзагообразного уровня. Дан ряд 26 чисел: 54, 58, 54, 68, 43, 57, 56, 60, 54, 78, 47, 71, 54, 72, 61, 77, 67, 74, 62, 84, 63, 79, 57, 80, 58, и 89.

Известно, что эти числа—относительные числа и что они колеблются около какого-то уровня. Спрашивается, каков этот уровень? Предположим, что искомый уровень представляется постоянной величиной. Если наша гипотеза соответствует истине, то искомый уровень должен быть близок средней арифметической данных чисел. Средняя же арифметическая равна 64,5.

Для оценки справедливости сделанной гипотезы призовем на помощь „косвенный метод". Исчислим девиату этого ряда:

$$\alpha_1^2 = 134{,}48$$

Затем сдвоим ряд 26 данных чисел в 13 пар. Тогда получим:

$$\frac{1}{2}\left(54+58\right)=56;\ \frac{1}{2}\left(54+68\right)=61;\ \ldots\ .$$

Девиата нового ряда:

$$\alpha_2^2 = 49{,}19$$

Новая девиата сократилась против прежней более чем в 2 раза. Можно, значит, подозревать наличность зигзагов.

Испробуем гипотезу двухчленного зигзага. Исчислим среднюю арифметическую чисел, расположенных на нечетных местах; она окажется равной 56,2. Средняя арифметическая четных—72,8. Разница заметная. Можно подозревать наличность двухчленного зигзага.

Посмотрим однако, что дадут другие гипотезы. При расчленении основного ряда на тройки получатся три ряда, средние арифметические которых будут равны соответ-

ственно: 65,1; 64,1; 64,3. Разница—малая. Значит гипотеза трехчленного зигзага мало вероятна. Что даст гипотеза четырехчленного зигзага? По расчленении основного ряда на четверки и соответственном образовании четырех рядов, получим для каждого из них следующие средние арифметические: 56,1; 72,4; 56,2; 73,3. Первое и третье из только-что написанных чисел близки между собой; второе и четвертое—также. Новое подтверждение двухчленного периода!

Остановившись пока на гипотезе двухчленного зигзага, проанализируем „нечетный" и „четный" ряды при помощи „косвенного метода". Каждый из рядов состоит из 13 членов. Попарная группировка может быть сделана двумя способами: либо без последнего члена, либо без первого. В нечетном ряду будем иметь:

либо: 54, 54; 43, 56; 54, 47; 54, 61; 67, 62; 63, 57;
либо: 54, 43; 56, 54; 47, 54; 61, 67; 62, 63; 57, 58.

В первом случае девиаты первоначального ряда и ряда сдвоенного представятся числами.

$$\alpha_1^2 = 41{,}50 \qquad \alpha_2^2 = 27{,}83$$

Во втором случае:

$$\alpha_1^2 = 41{,}39 \qquad \alpha_2^2 = 32{,}56$$

В среднем получим:

$$\alpha_1^2 = 41{,}45 \qquad \alpha_1^2 = 30{,}20$$

Идя по пути „косвенного метода", составляем два уравнения:

$$41{,}45 = \mu^2 + \frac{1}{12}\Delta^2$$

$$30{,}20 = \frac{1}{2}\mu^2 + \frac{1}{12}\Delta^2$$

Откуда находим:

$$\mu^2 = 22{,}50;\ \Delta = 15$$

На основании этих цифр заключаем, что уровень нечетного ряда—переменный. Гипотеза линейного изменения приведет нас к уравнению:

$$y = 56{,}2 + 0{,}97\ x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

где y—последовательные значения искомого уровня, x—номер места, занимаемого числом, считая от середины. Давая x ряд значений от — 6 до + 6, получим соответственные зна-

чения y. Средний квадрат отклонений чисел нечетного ряда от гипотетического линейного уровня окажется равным 25,54. Так как эта последняя величина мало отличается от выведенного выше значения μ^2 (= 22,50), заключаем о пригодности гипотезы линейного уровня. Числа нечетного ряда колеблются около уровня, который близок следующему последовательному ряду чисел:

x: — 6, — 5, — 4, — 3, — 2, — 1, 0, + 1, + 2, + 3, + 4, + 5, + 6,
y: 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 61.

Подобная же разработка четного ряда приведет к уравнениям:

$$76{,}91 = \mu^2 + \frac{1}{12}\Delta^2$$

$$59{,}31 = \frac{1}{2}\mu^2 + \frac{1}{12}\Delta^2$$

Откуда найдем:

$$\mu^2 = 35{,}20;\ \Delta = 22$$

Значит и этот ряд должен иметь переменный уровень. Попробуем его определить. Приняв гипотезу линейного изменения, получим:

$$y = 72{,}8 + 2{,}22\ x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

где y и x символизуют то же, что и в уравнении (1).

Средний квадрат отклонений чисел четного ряда от линейного уровня оказывается равным 21,77. Гипотеза линейного изменения достаточно удовлетворительна. Давая в уравнении (2) x ряд значений от — 6 до + 6, будем иметь для четного ряда:

x: — 6, — 5, — 4, — 3, — 2, — 1, 0, + 1, + 2, + 3, + 4, + 5, + 6,
y: 60, 62, 64, 66, 68, 71, 73, 75, 77, 80, 82, 84, 86.

Расставим теперь на свои места числа обоих найденных уравнений; тогда получим:

50, 60, 51, 62, 52, 64, 53, 66, 54, 68, 55, 71, 56,
73, 57, 75, 58, 77, 59, 80, 60, 82, 61, 84, 62, 86.

Зигзагообразный уровень с двухчленными зигзагами, колеблющимися около переменной оси. Как далек исчисленный уровень от истинного? На этот вопрос можно дать вполне исчерпывающий, не допускающий никаких сомнений ответ. Надо сказать, что числа нашего примера взяты из цитированного мною выше опыта Вагнера с урнами переменного состава. Взяты 26 последних сотен извлечений, при которых состав урн последовательно изменялся следующим образом:

Число шаров.		Вероятность извлечения черного шара.	Частота появления черного шара.	Число шаров.		Вероятность извлечения черного шара.	Частота появления черного шара.
Черных.	Белых.			Черных.	Белых.		
30	30	0,50	54	30	17	0,64	58
30	29	0,51	54	30	16	0,65	68
30	28	0,52	43	30	15	0,67	57
30	27	0,53	56	30	14	0,68	60
30	26	0,54	54	30	13	0,70	78
30	25	0,55	47	30	12	0,71	71
30	24	0,56	54	30	11	0,73	72
30	23	0,57	61	30	10	0,75	77
30	22	0,58	67	30	9	0,77	74
30	21	0,59	62	30	8	0,79	84
30	20	0,60	63	30	7	0,81	79
30	19	0,61	57	30	6	0,83	80
30	18	0,62	58	30	5	0,86	89

Порядок чередования урн опыта Вагнера был для данного примера изменен следующим образом. Первые 13 сотен составили нечетный ряд, последние же 13 сотен—четный ряд. Таким-то образом и составился зигзагообразный уровень в изменении вероятности извлечения черного шара.

Сравнение вычисленного выше уровня с истинным указывает на их большую близость:

Вычисленный.	Истинный.	Вычисленный.	Истинный.	Вычисленный.	Истинный.	Вычисленный.	Истинный.
50	50	66	68	57	57	82	81
60	64	54	54	75	75	61	61
51	51	68	70	58	58	84	83
62	65	55	55	77	77	62	62
52	52	71	71	59	59	86	86
64	67	56	56	80	79		
53	53	73	73	60	60		

Второй пример определения зигзагообразного уровня. Второй пример представляет собой разра-

ботку данных того же опыта Вагнера. Взяты были 45 последних сотен, которые были разбиты на 90 полусотен. Затем порядок чередования урн был видоизменен с таким расчетом, чтобы получились шестичленные зигзаги. Разработка частот указанным выше методом позволила восстановить шестичленные зигзаги, очень близкие к истинным. Ограничиваюсь здесь лишь сообщением рядов частот, вычисленного уровня и уровня истинного, представленных в нижеследующей таблице.

Таблица частот вычисленного и действительного уровней во втором примере определения зигзагообразного шестичленного уровня.

Частоты.	Вычислен. уровень.	Истинный уровень.	Частоты.	Вычислен. уровень.	Истинный уровень.	Частоты.	Вычислен. уровень.	Истинный уровень.	Частоты.	Вычислен. уровень.	Истинный уровень.
31	26	26	30	26	25	25	25	25	38	41	41
24	28	30	27	28	27	25	25	25	23	25	25
22	25	25	28	30	32	31	30	28	30	26	25
41	37	36	29	25	25	28	32	33	28	32	29
26	25	25	42	38	38	21	25	25	36	33	35
24	26	25	21	25	25	40	40	40	22	25	25
26	26	27	22	26	25	29	25	25	42	42	42
33	28	31	27	28	28	23	26	25	24	25	25
21	25	25	30	30	32	35	30	29	16	26	26
36	37	36	30	25	25	29	32	34	27	32	30
22	25	25	32	39	38	19	25	25	42	34	35
27	26	25	22	25	25	41	41	40	31	25	25
28	27	27	27	26	25	23	25	25	43	42	43
31	29	31	27	29	28	31	26	25	32	25	25
23	25	25	35	31	32	32	31	29	27	26	26
36	38	37	22	25	25	28	32	34	36	33	30
26	25	25	42	39	39	32	25	25	30	34	35
31	26	25	28	25	25	38	41	41	23	25	25
20	27	27	26	26	25	30	25	25	46	43	43
27	29	31	30	29	28	24	26	25	24	25	25
23	25	25	33	31	33	34	31	29	25	26	26
35	38	37	26	25	25	32	33	34			
25	25	25	44	40	39	29	25	25			

Достигнутые в обоих примерах результаты изображены на прилагаемых диаграммах № 3 и № 4.

V. Изучение динамики статистических рядов в случае синусоидального уровня.

В предыдущей главе описано было, как при помощи „косвенного метода" вскрывается зигзагообразная периодичность уровня. Тот же путь ведет и к определению синусоидальной периодичности, которая представляет собой частный случай зигзагообразной периодичности. Наличие периодичности сказывается прежде всего на соотношении девиат при двух группировках. Сдваивание рядов приводит здесь к более чем двухкратному сокращению девиаты. Анализ показывает, что сокращение зависит от длины периода синусоидальных колебаний. И зависимость эта становится тем слабее, чем длинней периодические волны. Изложение названного анализа составляет содержание последующих строк.

Рассмотрим сначала простейший случай синусоидального уровня, колеблющегося около неизменной оси. Положим, для простоты рассуждений, что в пределах нашего поля наблюдений располагается целое число периодов. Тогда указанная выше неизменная ось будет близка к средней арифметической чисел изучаемого ряда. Отклонения чисел исследуемого ряда (ε) от средней арифметической (или, что все то же, от неизменной оси) представит собой сумму двух слагаемых: 1) первое слагаемое — случайное отклонение (λ) от синусоидального уровня; 2) второе слагаемое — отклонение синусоидального уровня от оси. Общее выражение последнего слагаемого представится в виде:

$$\frac{1}{2} D \sin(\omega k)$$

где D — амплитуда колебания, k — расстояние от начального узла, и, наконец, $\omega = \frac{2\pi}{n}$ (n — длина периода).

Будем, следовательно, иметь:

$$\varepsilon_k = \lambda_k + \frac{1}{2} D \sin(\omega k)$$

Девиата α_1^2 для поля наблюдения, состоящего из m периодов, значит для mn членов ряда, исчислится следующим образом:

$$\alpha_1^2 = \frac{1}{mn} \sum_1^{mn} \varepsilon_k^2 = \frac{1}{mn} \sum_1^{mn} \left(\lambda_k + \frac{1}{2} D \sin(\omega k)\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{mn} \sum_{1}^{mn} \left(\lambda_k^2 + \frac{1}{4} D^2 \sin^2 (\omega k) + \lambda_k D \sin (\omega k) \right) =$$

$$= \frac{1}{mn} \sum_{1}^{mn} \lambda_k^2 + \frac{1}{4mn} D^2 \sum_{1}^{mn} \sin^2 (\omega k) + \frac{1}{mn} D \sum_{1}^{mn} \lambda_k \sin (\omega k)$$

Полученное выражение сильно упрощается. Именно. Первое из трех слагаемых представит собой величину среднего квадрата случайных отклонений, которая согласно принятой символике обозначается μ^2. Второе слагаемое, вследствие того, что в пределах каждого периода:

$$\frac{1}{n} \sum_{1}^{n} \sin^2 (\omega k) = \frac{1}{2},$$

преобразуется в простое выражение:

$$D^2 \frac{1}{4mn} \sum_{1}^{mn} \sin^2 (\omega k) = \frac{1}{8} D^2$$

Наконец, третье слагаемое обратится в нуль по следующей причине. Математическое ожидание (E) произведения случайной переменной λ на несвязанный с нею множитель равняется произведению математических ожиданий этих величин.

Так что имеем:

$$E(\lambda . \sin (\omega k)) = E(\lambda) . E(\sin (\omega k))$$

А так как математическое ожидание случайной переменной λ равно нулю, то и все произведение, т.-е. все третье слагаемое, равно нулю.

Итак девиата α_1^2 данного ряда распадется на следующие два слагаемые:

$$\alpha_1^2 = \mu^2 + \frac{1}{8} D^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Соединим теперь члены нашего ряда в последовательные пары. Будем при этом считать число членов основного ряда четным: тогда этот основной ряд разобьется на пары без остатка.

Отклонение чисел сдвоенного ряда от средней их арифметической изобразится:

$$\frac{\varepsilon_k + \varepsilon_{k+1}}{2} = \frac{\lambda_k + \lambda_{k+1}}{2} + \frac{1}{2} D \frac{\sin (\omega k) + \sin (\omega k+1)}{2}$$

Взяв сумму квадратов этих отклонений и затем определивши средний квадрат, мы получим после элементарных переделок следующее значение девиаты α_2^2:

$$\alpha_2^2 = \frac{1}{2}\mu^2 + \frac{1+\cos\omega}{16} D^2 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Таким образом обе девиаты α_1^2 и α_2^2 составятся из двух компонентов: случайного и физического. При этом случайный компонент девиаты сдвоенного ряда по сравнению со случайным компонентом девиаты основного ряда сократится вдвое. Сократится также и физический компонент. Не так обстояло дело в случае непериодического изменения уровня. Там случайный компонент сокращался при сдваивании ряда также вдвое, но физический компонент оставался без изменений. В случае периодического изменения уровня сокращаются оба компонента, хотя и в различной пропорции. Прежний легкий путь теряет свои свойства. Однако, как увидим ниже, возникающие трудности не так велики, как это могло бы показаться на первый взгляд. Сокращение физического компонента оказывается зависимым от длины периода. Это сокращение заметно при малой длине периода n, но по мере увеличения числа n величина

$$\frac{1+\cos\omega}{16} D^2$$

довольно скоро приближается к предельному значению:

$$\frac{1}{8} D^2$$

Характер этого приближения усматривается из нижеследующей таблицы:

Длина периода n.	Физический компонент основного ряда.	Физический компонент сдвоенного ряда.	Разность.
4	$0{,}125\,D^2$	$0{,}06250\,D^2$	$0{,}06250\,D^2$
6	$0{,}125\,D^2$	$0{,}09375\,D^2$	$0{,}03225\,D^2$
8	$0{,}125\,D^2$	$0{,}10669\,D^2$	$0{,}01831\,D^2$
10	$0{,}125\,D^2$	$0{,}11306\,D^2$	$0{,}01194\,D^2$
12	$0{,}125\,D^2$	$0{,}11663\,D^2$	$0{,}00837\,D^2$
16	$0{,}125\,D^2$	$0{,}12024\,D^2$	$0{,}00476\,D^2$
20	$0{,}125\,D^2$	$0{,}12194\,D^2$	$0{,}00306\,D^2$
36	$0{,}125\,D^2$	$0{,}12405\,D^2$	$0{,}00095\,D^2$

При длинном периоде сокращение размера физического компонента становится заметным лишь тогда, когда амплитуда D достаточно велика по сравнению с μ. Дело в том, что среднее отклонение μ, как порождение случайных причин, само подвержено случайным колебаниям. И нет никакой гарантии в том, что сокращение относительно малого физического компонента не затеряется в пределах случайного отклонения μ.

Поясним сказанное примером из области изучения эволюции русских урожаев. Исследования показали, что возможные размеры амплитуды периодических колебаний (поскольку можно было подозревать их реальность) представляются величинами одного порядка с μ. Если среднее отклонение μ измеряется в погубернском масштабе примерно 10—20 пудами на десятину, то теми же цифрами можно было бы характеризовать гипотетические амплитуды периодической колеблемости урожаев. Возьмем средние цифры: $\mu=15$; $D=15$.

При гипотетическом восьмилетнем периоде интересующее нас сокращение физического компонента, как видно из вышеприведенной таблицы, исчислится в следующем размере:

$$0{,}01831\,D^2 = 0{,}01831 \cdot 15^2 = 4{,}12$$

Посмотрим теперь, как велика полученная цифра по сравнению со средним отклонением величины μ^2? Это среднее отклонение может быть исчислено по приближенной формуле:

$$\mu^2 \sqrt{\frac{2}{z}}$$

где z — число серий наблюдений; в нашем случае $z = 32$. Искомое среднее отклонение определится по формуле:

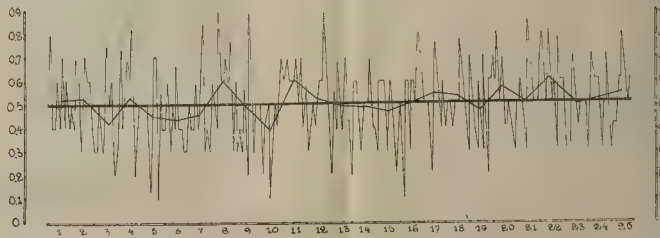
$$15^2 \sqrt{\frac{2}{32}} = 56{,}25$$

Как видим, действительное сокращение физического компонента (4,12) мало по сравнению с цифрой (56,25). Значит легко может статься, что малое сокращение физического компонента затеряется в широких пределах отклонения величины μ^2.

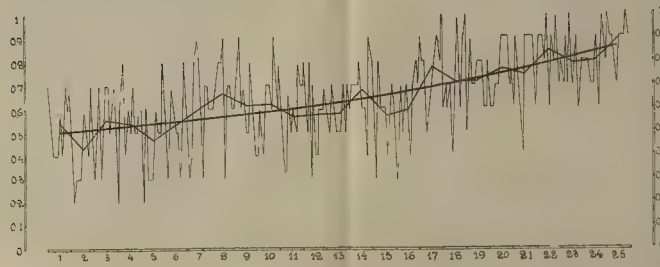
Из этого рассуждения отнюдь не следует заключать, что поправки не нужны. Нет, здесь указывается на слабое сокращение физического компонента при плохо выраженной периодичности. Поправки особенно нужны тогда, когда периодичность, говоря попросту, улавливается на глаз. Но если периодичность улавливается на глаз, тогда можно определить хотя бы грубо приблизительные размеры ампли-

К стр. 40.

1. Пример постоянного уровня (первый пример III главы).

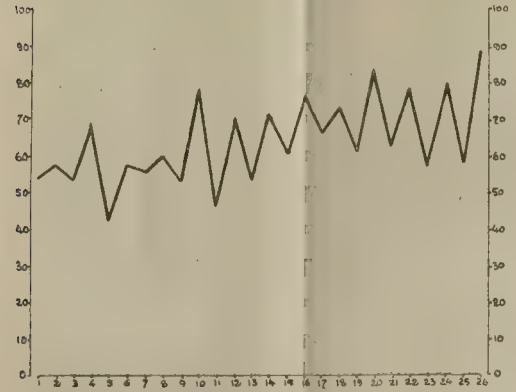


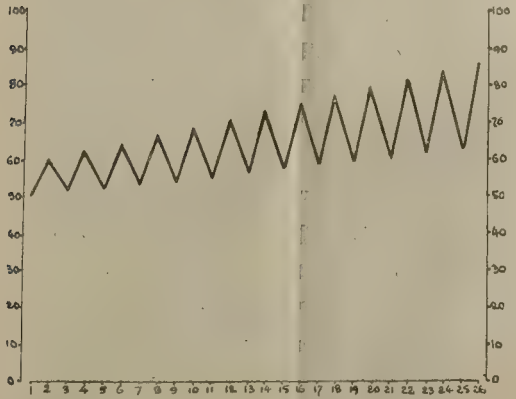
2. Пример переменного уровня плавно растущего (второй пример III гл.)



К стр. 42.

3. Пример переменного уровня с двух-чел. зигзагами.
(первый пример IV главы)

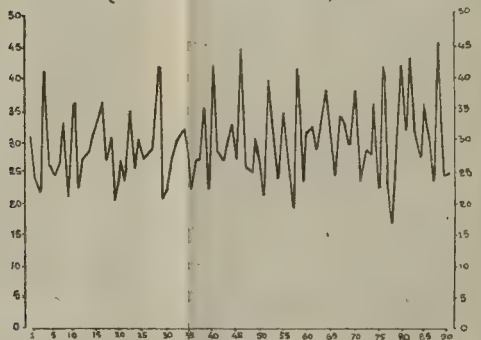


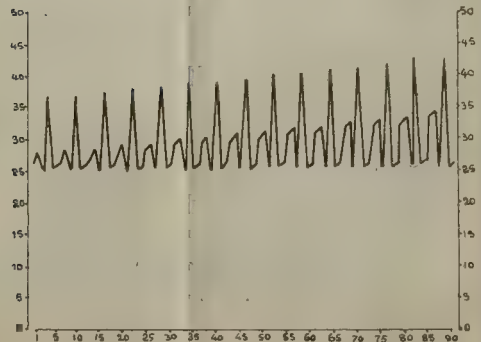


К стр. 49.

4. Пример переменного уровня с шестичл. зигзагами

(второй пример IV главы)





К стр. 50.

туды D, а вместе с тем и приблизительные размеры сокращения физического компонента. Грубая ошибка в определении величины D здесь не опасна, ибо интересующие нас размеры сокращения физического компонента составляют незначительную долю величины D^2, тем более незначительную, чем длительней периодичность.

Косвенный метод, следовательно, и в случае длительной периодичности успешно справляется со своей основной задачей рационального выравнивания.

Случай коротких синусоидальных волн найдет свое решение при помощи метода уловления зигзагообразных уровней. Путь здесь настолько ясен, что не требует дополнительного освещения.

Выше разобран был случай синусоидальных колебаний около неизменной оси. Случай переменной оси не создает новых затруднений. Об'яснимся. Можно легко доказать, что из двух девиат, основного ряда и сдвоенного ряда, разобьется в данном случае на три компонента следующего вида:

$$\alpha_1^2 = \mu^2 + \Theta\Delta^2 + \frac{1}{8} D^2$$

$$\alpha_2^2 = \frac{1}{2} \mu^2 + \Theta\Delta^2 + \frac{1+\cos\omega}{16} D^2$$

В этих формулах воссоздается тот самый компонент $\Theta\Delta^2$, который при непериодическом изменении уровня отражал это изменение. Но здесь компонент $\Theta\Delta^2$ играет иную роль: он отражает изменение оси. Остальные компоненты сохраняют те же значения и те же соотношения, как и при неизменной оси.

Поставленная задача получила свое относительно простое решение при двух условиях, которые уже указаны были выше. Повторим их еще раз. Первое условие: в пределах поля наблюдения укладывается целое число периодов. Второе условие: число членов исследуемого ряда должно быть четным. Вне этих условий задача усложняется. Но эти усложнения можно легко обойти. Исследователь всегда может по своему усмотрению подобрать такое число членов ряда, какое требуется в перечисленных выше условиях.

Применение статистического метода в физике.

А. К. Тимирязев.

Если мы бросим беглый взгляд на истекшее полустолетие с небольшим и попытаемся проследить, как постепенно расширялось применение статистического метода в физике, мы увидим, что этот исторический процесс тесно связан, тесно переплетается, почти даже сливается с борьбой двух течений, двух направлений мысли в области теоретической физики.

Эти два течения, которые боролись между собой, существуют и поныне. Первое течение носит несколько неуклюжее название „феноменологии".

Представители этого течения предполагают, что задача всякой науки в конечном счете сводится к описанию тех явлений, тех об'ектов, с которыми имеет дело ученый. Представители второго течения идут дальше, они считают, что наука должна об'яснять явления и что не только явления, но и самую форму и строение физических тел необходимо рассматривать как исторический процесс. Первое течение заманчиво в том смысле, что оно совершенно почти свободно от гипотез, поэтому результаты, добытые теориями этой группы, представляются как будто незыблемыми. Это течение выкристаллизировалось в половине XIX века, и мы к этому времени имеем блестящие образчики научных теорий, построенных по этому плану, которые всякого, кто с ними знакомится, приводят в восторг. Первая теория на этой почве была построена знаменитым французским математиком и физиком Фурье. Это была сохранившая свое значение и в наше время теория теплопроводности, изложенная Фурье в 1820 году в знаменитом сочинении Theorie analytique de la chaleur. Если в этой теории и есть гипотезы, то они самого скромного характера, они почти ни в ком не возбуждали и не возбуждают сомнений. Фурье отправляется в своей теории тепла от опытного факта, что количество тепла, переданное твердой стенкой, пропорционально разности температуры с той и с другой стороны. Если эта разность будет возрастать, то и количество переданного тепла будет возрастать. Затем, если при прочих равных условиях стенку сделаем вдвое более толстой, то

и передача от этого будет замедлена в два раза. Это данные, вытекающие из большого числа опытов, в которых никто не сомневается, и весь элемент гипотезы у Фурье сводится к тому, что он применил эти данные, полученные из опытов с конечными об'ектами, к отдельным частям твердого тела бесконечно малых размеров. Поэтому основное положение теории Фурье выражается формулой:

$$q = -k\frac{d\Theta}{dx}$$

Поток тепла q, проходящий в единицу времени через единицу площади нашей стенки пропорционален „градиенту" температуры, фактор пропорциональности ? представляет собой т. н. коэффициент теплопроводности. Знак — показывает, что поток тепла движется в сторону убывающей температуры. Вот из такого допущения, являющегося обобщением хорошо известных опытов, Фурье построил весьма стройную систему, которая оправдалась на громадном числе фактов и которая вообще представляет собой одно из самых блестящих произведений человеческого ума. Вскоре оказалось, что эта теория приложима не только к изучению передачи тепла; целый ряд других процессов подчиняется тем же самым законам. Если мы поставим другие буквы на место тех, которые были у Фурье, или придадим обозначениям Фурье другой смысл, мы можем получить теорию электропроводности металлов. Теорию Фурье мы можем, таким образом, перевести на „электромагнитный язык", если можно так выразиться, и мы получим те самые законы, которые наблюдаются на опыте при исследовании прохождения электрического тока через проводники; аналогичным путем получается и теория диффузии. Таким образом удалось установить, не делая никаких гипотез, аналогию между различными классами явлений. Все это имеет свои большие преимущества. Но не так рассуждали представители второго течения. Им хотелось проникнуть глубже в самый механизм явления, они представляли себе вещество, с которым оперирует физик, состоящим из отдельных частиц-атомов, они представляли себе, как эти атомы двигаются, и уже из этих гипотез выводили то, что доступно непосредственному наблюдению. Вы видите, что гипотеза, которую пришлось здесь делать, имеет очень много общего с теми задачами, которые исследуются статистиками. Все физические явления, протекающие в материи, с этой точки зрения представляются как результат движений—коллективных действий громадного числа отдельных атомов, отдельных индивидуумов.

Между этими двумя течениями, двумя точками зрения на физические явления, шла упорная борьба. Посмотрим, какие аргументы приводила та и другая стороны.

Представители первого течения указывали, что „мы никакими гипотезами не пользуемся, это наше громадное преимущество". Надо сказать, что на первых порах теории этого типа не были совершенно свободны от гипотез. Одна из теорий этого типа, теория упругости Пуассона, содержала в себе некоторый элемент гипотезы. Пуассон предполагал существование особых сил взаимодействия между частицами упругого тела. Однако в дальнейшем оказалось, что эту гипотезу об атомном строении упругого тела можно было совершенно выкинуть из теории и теория от этого только выиграла.

Представители другого течения говорили в свою защиту следующее: несмотря на все блестящие аналогии, которые были установлены между теорией Фурье и теорией электропроводности или теорией диффузии растворенных тел, эти аналогии чисто внешнего, поверхностного, формального, свойства. Я написал здесь на доске три формулы: основные положения теории теплопроводности, электропроводности и диффузии.

$$q = -k\frac{d\theta}{dx} \quad (1) \qquad j = -\sigma\frac{dv}{dx} \quad (2) \qquad Q = -D\frac{dc}{dx} \quad (3)$$

Здесь q—поток тепла, j—„плотность" электрического тока; Q—поток растворенного вещества; θ—температура, v—потенциал, c—концентрация растворенного вещества. k, σ и D—соответственно коэффициенты теплопроводности, электропроводности и диффузии (растворенного вещества).

Если мы из опыта определим коэффициент теплопроводности K для меди, то наша теория не дает никаких указаний, какой должен быть коэффициент электропроводности той же меди или коэффициент диффузии ионов меди. В теории теплопроводности коэффициент электропроводности играет ту же самую роль, но этот коэффициент просто вводится в теорию, как некоторая эмпирическая постоянная, между этими коэффициентами в двух теориях никакой теоретической связи установить мы не можем, зная коэффициент теплопроводности, мы не можем вычислить коэффициента электропроводности.

Наоборот, представители второго течения, которые сразу погружались в мир гипотез, видели, что их теория имеет громадное преимущество, потому что она дает возможность проникнуть в самый механизм явления, поэтому установленные ими аналогии идут гораздо глубже; так, например, в кинетической теории газов мы по коэффициенту внутреннего трения, измеренному для какого-либо газа, можем предсказать, каков будет коэффициент его теплопроводности, и предсказания эти блестящим образом оправдались.

Что аналогии между отдельными классами явлений будут в этой группе теорий более глубокими—это не удивительно. В основе всех этих явлений мы полагаем определенный механизм—молекулярно-атомный, но ведь тогда этот механизм будет во всех явлениях один и тот же.

Теории этой второй группы имеют дело с большими коллективами молекул или атомов, и потому применение статистического метода здесь само собой напрашивается. Только физики в этом случае оказались в противоположном положении по сравнению с теми, кто изучает общественные явления. Вообще говоря, ни один здравомыслящий человек никогда не сомневался в том, что человеческое общество состоит из отдельных людей, из индивидуумов. Но существование атомов и молекул вплоть до первого десятилетия XX века было вовсе не так очевидно. Каждый исследователь в области общественных наук сталкивается с значительным кругом людей, он должен отвлекаться от непосредственно наблюдаемых им частных случаев и выводит общие законы, оперируя с большим числом фактов. Эти общие законы с первого взгляда далеко не так ясны. Короче, каждое отдельное действие индивидуума нетрудно непосредственно наблюдать, и во всяком случае самый факт не подлежит сомнению, наибольшую же трудность представляет из этой подавляющей массы фактов вывести общий закон. Установить, что в этой массе фактов наиболее характерно, наиболее важно.

Наоборот, физик может, например, с большим удобством измерять давление воздуха или какого-либо газа с помощью барометра или манометра, но он не может видеть движений того огромного числа молекул, которые своими толчками производят легко измеряемое им давление газа.

Таким образом, положение физика значительно отличается от того, кто изучает человеческое общество и его законы.

И вот в первое время физикам приходилось довольствоваться тем, что они, видя окончательный результат, могут рассчитать, каковы должны быть те индивидуумы—если они только существуют—и как они должны двигаться, чтобы в конце концов получились те явления, какие мы уже хорошо изучили, с которыми мы уже знакомы. Таким путем удалось связать между собой в одно стройное целое известные уже и хорошо доступные непосредственному наблюдению явления. Такого рода теория давала также возможность находить сходства там, где поверхностный наблюдатель его совсем не видит.

Чтобы наглядно показать, как вообще подходят к истолкованию физических явлений представители обоих течений, остановлюсь на примере закона Бойля-Мариотта.

Непосредственно мы можем измерять давление газа, его об'ем и температуру. Из опыта установлено, что произведение из об'ема v на давление p для данной массы газа при постоянной температуре T есть величина постоянная

$$pv=RT \ldots\ldots (1)$$

где R—т. н. газовая постоянная.

Для „феноменолога" это уравнение является альфой и омегой, он дальше ничего не хочет знать. Но представители другого течения задавались таким вопросом: почему же газы подчиняются этому закону, а твердые и жидкие тела ему не подчиняются? Я в начале сказал, что для изучения поставленного в сегодняшнем докладе вопроса нужно оглянуться на полстолетия назад. Позвольте на короткий срок заглянуть еще глубже в прошлое и посмотреть, как об'яснял закон Бойля-Мариотта, о котором у нас сейчас идет речь, Мих. Вас. Ламоносов. Он был едва ли не первым, который применил статистический метод к физике.

Вот метод, которым пользовался Ломоносов.

Представим себе, что мы имеем сосуд кубической формы A (см. рис. 1). В этом сосуде находится газ, который представляет собой собрание частиц, сталкивающихся между собой и со стенками сосуда и носящихся в беспорядке по всем направлениям. То, что мы называем давлением, есть результат столкновений со стенками сосуда. Имея в виду, что движение происходит хаотически, мы должны будем допустить, что на каждую единицу площади любой стенки приходится одинаковое количество ударов, так как при полном отсутствии порядка в движениях у нас нет и не может быть таких направлений, по которым по преимуществу двигались бы данные частицы. Этим об'ясняется закон Паскаля, т.-е. хорошо известный факт, что давление в газе и в жидкости передается равномерно во все стороны. Представим себе теперь, что об'ем куба уменьшился в 8 раз, т.-е., что каждое из ребер куба сократилось вдвое (см. чер. 1). Площадь каждой грани куба уменьшится в 4 раза, следовательно на каждую единицу поверхности придется в 4 раза большее количество толчков от движущихся внутри куба молекул. Но проследим еще за какой-либо частицей, ударившейся о стенку I: она подлетит к стенке II и, ударившись о нее, полетит обратно к I. При уменьшенном об'еме этот путь станет в два раза меньшим, следовательно при той же скорости частица вернется обратно к стенке I вдвое быстрее. Таким образом число толчков, производимых каждой частицей, удвоится. Итого число толчков увеличится в 8 раз, а об'ем уменьшится в 8 раз. В 8 раз возросло давление, пропорциональное числу толчков, в 8 же раз уменьшился об'ем, а это и есть закон Бойля-Мариотта.

Как известно, однако, закон Бойля-Мариотта—закон приближенный: при больших давлениях от этого закона наблюдаются легко ощутимые отступления. Для „феноменолога“ это совершенно неожиданно: он может только констатировать самый факт и установить предел приложимости самого закона. А Ломоносов тогда еще, когда не были известны отступления от закона Бойля-Мариотта, указал, что закон Б.-Мариотта не может быть верен при больших давлениях. Если нам придется считаться с тем, что каждая частица имеет определенный об'ем и если частицы будут скучены настолько, что их собственный об'ем составит уже значительную часть всего об'ема нашего газа, то вывод давления надо изменить, при чем уже не получается больше такой простой зависимости.

Таким образом Ломоносов своей статистической теорией предсказал то, что было окончательно установлено Фан-Дер-Вальсом в конце 19-го столетия. Уже этот один факт показывает преимущество молекулярно-статистической теории и ошибочность мнения, что наука есть одно только „описание“ явлений.

Теперь перейдем к рассуждениям более современным, более строгим и более полным чем приведенный сейчас вывод Ломоносова: По современной кинетической теории закон Бойля-Мариотта можно изобразить следующим образом:

$$pv = \frac{1}{3} N m \overline{c^2}$$

Произведение из об'ема на давление равняется одной трети произведения числа частиц, заключенных в данном об'еме, на массу каждой из них и и на среднее значение квадрата скорости их поступательного движения. Это выражение однако можно написать немного иначе

$$p.\ v = \frac{1}{3}\ d.\overline{c^2}$$

где d - масса газа в данном об'еме, т.-е. величина известная.

Из сказанного ясно, что наша формула позволяет нам вычислить среднее значение скорости движения частиц. Чем легче при данной температуре будет газ, тем больше будет скорость его частиц. Так, для частиц водорода получается около 1800 метров в секунду для температуры 0°С. Для азота—около 500 метров в секунду для той же температуры. Таким образом с помощью этой формулы можно было вычислить скорость движения частиц, и это сейчас же помогло об'яснить целый ряд явлений. Но все-таки вплоть даже до 1902 года эта теория, блестяще разработанная такими гениальными мыслителями как Клаузиус, Максвелль и Больтцман, не пользовалась всеобщим призна-

нием; так, например, Оствальд в своей книге „Курс лекций по натурфилософии“ прямо глумится над этой формулой. „Что удивительного, что вы высчитали скорость. Вы взяли две доступные измерению величины, об'ем и давление, и получили их произведение и разложили потом это произведение на 3 множителя. Я могу взять 2 числа как угодно и подыскать третье так, чтобы получилось желаемое мне произведение“. Он приводит следующий тривиальный пример. Известно, что некто А получает такое-то содержание. Я делаю вывод: так как большинство процентных бумаг дает 4%, то у него где-то в банке должен быть такой-то капитал. Но ведь неизвестно, живет ли А на процент с капитала или получает свои доходы из других источников? Однако наука жестоко посмеялась над автором этой плоской шутки, направленной против величайших ученых XIX столетия. Недоступные, по мнению Оствальда, нашему измерению величины N, m, u, с оказалось возможным все-таки измерить и притом многими независимыми друг от друга способами. Чтобы нагляднее показать, отчего зависит разнообразие методов определения указанных величин, рассмотрим явление электролиза. По закону Фарадэя известно, что с определенным количеством вещества, выделяемого при разложении электролита током, связано определенное количество электричества. Если, скажем, у меня выделено M граммов вещества, то, с точки зрения атомной теории, эта масса может быть представлена как произведение числа частиц N на массу каждой из них т.-е. $M = Nm$... (I). Если я выделил при помощи электрического тока 2,016 грамм водорода, то тогда число N в нашей формуле будет равно числу атомов в грамм-атоме. Одновременно измеряют, какое количество электричества при данном разложении было пропущено через электролит. На каждый атом или на каждую группу атомов всегда приходится определенное количество электролита, следовательно количество электричества, прошедшее через раствор $Q = Ne$... II. У нас три неизвестные величины N, e и $\overline{m}$ между собой связаны двумя уравнениями (I) и (II). Если нам удастся определить одну из этих величин, то тогда мы можем найти с помощью двух написанных уравнений и две другие, т.-е., другими словами, каждый способ, который позволяет определять одну из этих величин, одновременно является и методом, определяющим и две другие величины. Я вкратце изложу сейчас способ физика Милликана. Он воспользовался следующим приемом.

Он брал масло, распыливал его при помощи особого пульверизатора и получал таким образом мельчайшие, еле видимые в микроскоп капли, которые он вводил через трубку T (рис. 2) в конденсатор AA, BB. Конденсатор состоял из двух пластинок AA, BB, заряжаемых при помощи аккуму-

ляторной батареи. Капля будет падать в конденсатор, при чем если мы ее осветим сильным светом сбоку, как показано на чертеже, то на темном фоне она будет казаться светлой звездочкой, медленно двигающейся в поле зрения микроскопа, ось которого на нашей схеме должна стоять перпендикулярно плоскости чертежа. Медленное и равномерное движение будет потому, что для таких маленьких капель сопротивление воздуха, пропорциональное скорости, будет сравнимо с их весом, наконец, наступает момент, когда сила сопротивления воздуха при данной скорости будет настолько велика, что сравняется с ее весом, и скорость движения станет постоянной — тогда начинается движение равномерное. Стокс показал, как, зная этот закон сопротивления, можно подсчитать, каков радиус капли и какова будет масса, так как плотность масла известна. Определив массу капли, мы можем приступить к измерению заряда электрона. Для этой цели в конденсатор через отверстие диафрагмы D пропускают пучек рентгеновских лучей, ионизирующих воздух. В каждую капельку попадает по одному или нескольку этих заряженных ионов. Тогда каждая капля начинает двигаться не только под действием силы тяжести, но и под действием зарядов, притягиваемых пластинками конденсатора; в зависимости от знака заряда у нас могут получиться разные результаты — или капли начнут еще быстрее падать, или они начнут подниматься вверх. Может быть и такой случай, когда вес капли в точности равен силе, с которою действует электрическое поле конденсатора, направленное вверх, тогда капля остается висеть неподвижно. В этом случае действие поля $X.e$, где X—напряжение поля в конденсаторе, определяемое числом элементов батареи аккумуляторов, связанной с пластинками конденсатора, уравновешивается весом капли $Xe = mg$ (где g ускорение силы тяжести). Из этого уравнения легко определяется e. Если производить под ряд несколько опытов, то мы получаем различные значения для заряда e, но все эти заряды оказываются кратными некоторой величины ε — элементарного заряда — заряда электрона. Вот эту-то величину и необходимо подставлять в уравнения $M = mN$ и $Q = \varepsilon N$ для определения N и m.

Эти опыты позволили определить числа N и m с громадной точностью. Так, $N = 6{,}06.10^{23}$ (число молекул в граммолекуле и для $m = 1{,}66.10^{-24}$ грамма (масса атома водорода).

Опыты Милликана дали еще более интересные результаты. Ему удалось непосредственно измерить $\frac{mc^2}{2}$, т.-е. среднюю кинетическую энергию одной молекулы. Ему удалось

сделать это следующим образом: он заметил, что одна и та же капля может получить от 1 до 14 зарядов и все одного и того же знака. А этот заряд может попасть в каплю только тогда, когда носитель его — ионизованная молекула—обладает достаточной энергией, чтобы преодолеть отталкивание сидящих уже в капле зарядов. Милликану удалось установить, что наибольшее число зарядов колеблется от 11 до 14. Он написал следующее уравнение:

$$\frac{mc^2}{2} = -\int_{\infty}^{a} \frac{ne^2}{r} \cdot dr = \frac{n\varepsilon^2}{a},$$ имеющее такой смысл:

кинетическая энергия заряда равняется работе, которую нужно затратить, чтобы заряд ε выдвинуть в заряженную уже каплю, когда в ней уже находится $\bar{n}$ элементарных зарядов (a — радиус капли).

Измеренная таким образом энергия совпадает с тем, что получается, когда в уравнение $p_v = \frac{1}{3} N m \bar{c^2}$ вставляют N и определяют $\bar{mc^2}$.

Это самый достойный ответ на глумление Оствальда. Но тут получается один любопытный результат. Для этой энергии поступательного движения молекул не всегда получается одно и то же число. Мы здесь уже встречаемся с индивидуальными отступлениями в скорости, с которой движутся молекулы. Мы, следовательно, в этом случае ближе подходим к тому, с чем оперирует статистика в обычном смысле этого слова. Но я забежал несколько вперед. Мне хотелось показать, на какой прочной почве стоит физик, опирающийся на статистику и, следовательно, на атомную теорию, так как вы видите, оба эти метода неразрывно между собой связаны. Мне хотелось заранее рассеять предубеждения против молекулярно-кинетической теории. Вернемся теперь несколько назад. В те времена, когда работали Максвелль и Клазиус, мы еще не имели в распоряжении таких средств исследования какими располагал Милликан, о работах которого мы сейчас говорили. Эти два физика исследовали статистическим методом всевозможные явления, которые протекают в газе, они занимались исключительно исследованием газового состояния и могли наблюдать на опыте только весьма отдаленные следствия своих теорий. Они попытались, между прочим, теоретически разобраться в двух классах явлений, а именно: в явлении так называемого внутреннего трения в газах и явлении теплопроводности.

Пусть у нас имеется плоская твердая пластинка A, рис. 3, которая двигается, оставаясь все время параллельной сама себе; тогда прилегающий к ней газ приходит в движение

и это движение будет передаваться от слоя к слою и сообщится наконец неподвижной пластинке B, которая придет от этого в движение. Это явление есть явление внутреннего трения. „Феноменологическая“ теория внутреннего трения давала следующее соотношение, похожее на то, что мы имеем в теории Фурье.

$$Q = -\mu \frac{dv}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$

Передача количества движения пропорциональна градиенту скорости $\frac{dv}{dx}$, чем быстрее от слоя к слою меняется скорость—уменьшается или возрастает, тем более будет передача движения, кроме того эта передача зависит от характерного для данного вещества коэффициента внутреннего трения μ. То же самое мы имеем и в области теплопроводности. Положим, что мы имеем две твердые стенки при различных температурах. Мы предположим, что более нагретая пластинка находится у нас сверху, этим устраняются конвекционные токи.

Закон теплопроводности выражается по „феноменологической“ теории формулой $Q = -k \frac{d\Theta}{dx}$ . . . . . (IV), где k—коэффициент теплопроводности, Q—поток тепла и $\frac{d\Theta}{dx}$—градиент температуры. Формально эти две теории одинаковы, но мы не можем установить связи между μ и κ. Максвелль и Клаузиус разобрали молекулярный механизм этих процессов, и оказалось тогда, что коэффициент внутреннего трения μ выражается следующим образом: $\mu = \frac{1}{3} \lambda \rho \bar{c}$ где λ—средний пробег молекулы, $\bar{c}$—средняя скорость молекулы и ρ—плотность газа. Если мы встанем на эту точку зрения и разберем таким же образом теорию теплопроводности, то оказывается, что коэффициент теплопроводности выражается через коэффициент внутреннего трения следующим образом: $k = A \mu c_v$ (V) где A—числовой фактора c_v—удельная теплота газа при неизменном об'еме. Если мы определим коэффициент μ внутреннего трения для какого-либо неизвестного газа, то можно, пользуясь (V), предсказать какой у него будет коэффициент теплопроводности. Это та основная черта, на которую я хотел обратить внимание: установленная аналогия гораздо глубже чем в феноменологических теориях; мы получаем возможность установить связь между коэффициентами K и μ.

Спрашивается, есть ли еще какое-нибудь преимущество у этой точки зрения? Представим себе, что у нас воздух или газ, заключенный между этими двумя пластинками, разрежен при помощи воздушного насоса. Как будет происходить передача движения или передача тепла, лучше или хуже? С точки зрения феноменологической точки зрения мы, пожалуй, скажем, что передача должна быть хуже, ведь газа стало меньше, но если мы станем на точку зрения молекулярной теории, мы увидим, что коэффициент внутреннего трения не должен зависеть от степени разрежения; в самом деле при разрежении частицы раздвигаются—следовательно средний пробег должен возрастать, и теоретические соображения показывают, что средняя длина пути изменяется обратно пропорционально давлению, таким образом μ не должно зависить от плотности, так как λ обратно пропорциональна давлению, а ρ прямо пропорционально, что же касается c, то, скорость определяется температурой, а не давлением.

Когда Максвелль получил этот результат, он испугался и решил, что, значит, его теория не годится, потому что не может же быть, чтобы передача тепла или движения не зависела от количества газа, через который происходит передача! Тогда он стал делать опыты, и оказалось, что опыты подтвердили его теорию, вопреки его ожиданию он не ошибся: ни теплопроводность, ни передача движения не зависят в очень широких пределах от количества газа. Примерно при уменьшении давления в 1.000—10.000 раз никакого изменения в передаче движения или тепла не наблюдается. Попробуем в данном случае элементарным путем об'яснить в чем тут дело. Если у нас передается движение или тепло при помощи передатчиков—отдельных молекул, то, конечно, передача будет тем лучше, чем быстрее молекулы пробегут от теплой стенки к холодной и чем их больше. Теперь, если молекул много, то они имеют больше шансов столкнуться и полететь обратно. Хотя число и большое, но каждый передатчик не так исправно передает. Далее, при разрежении, хотя молекул и меньше, но они зато будут беспрепятственно пролетать более далекий путь и будут служить более совершенными предатчиками: число уменьшается, но эта убыль компенсируется лучшей способностью молекул передавать тепло или движение. Ясно, что этот процесс может итти до тех пределов, когда средняя длина пути будет соизмерима с расстоянием между передающими друг другу тепло или движение пластинками. Тогда уже чем меньше будет частиц, тем меньше будет передача и в этой области количество переданного тепла или движения оказывается пропорциональным плотности—когда плотность

уменьшается, пропорционально падает и передача. И в этой области больших разрежений теория устанавливает связь между явлениями трения и теплопроводности. Мне самому пришлось работать в этой области, но я не буду говорить сейчас об этих исследованиях, чтобы не затянуть моего доклада.

Перейдем теперь к задачам 2-й группы, т.-е. к задачам, где перед нами совершенно отчетливо выступает то, что мы имеем дело с коллективами, т.-е. группами молекул. Говоря об опытах Милликана, я уже отчасти затронул эту область. Еще в 1860 г. Максвелль задался целью выяснить, как распределяется скорость между молекулами. У нас везде во всех формулах, какие стояли здесь на доске, играла роль средняя скорость, потому что в тех явлениях, которые мы разбирали, результаты действия отдельных молекул стушевывались. Поэтому мы могли даже предполагать, когда производились подсчеты, что все молекулы двигаются с одинаковой скоростью. Это самый, так сказать, элементарный прием подсчета. Клаузиус так именно и поступал—он предполагал, что направления скоростей могут быть какие угодно, но величина скорости у всех молекул одна и та же, а Максвелль попытался и от этого ограничения освободиться и нашел тот знаменитый закон, который до сих пор носит название Максвеллевского распределения скоростей и который позволяет по средней скорости составить кривую распределения скоростей.

Если на оси абсцисс (черт. 4) мы откладываем величины скоростей, а на оси ординат будет откладываться число частиц, обладающих той или другой скоростью, то у нас получается кривая, совершенно аналогичная тем кривым, с которыми оперируют статистики. Долгое время проверить это Максвеллевское распределение не удавалось. Этот закон позволяет с большей точностью подсчитать явления внутреннего трения, теплопроводности и ряд других. Но большого влияния это не оказало. Так, в формуле для коэффициента трения вместо одной трети получился другой коэффициент, очень мало от него отличающийся.

Но как раз в последние десятилетия вместе с усовершенствованием способов исследования явилась возможность подтвердить на опыте теорию великого английского физика. Из этой области я приведу только один пример. Этот пример относится к изучению испускания электронов накаленными телами. Это явление несколько лет тому назад могло интересовать только теоретика. В настоящее же время им пользуются широко в практике радио-телеграфа, можно сказать: все новейшие приемы радио-телеграфии основаны на этом явлении.

Чтобы выяснить, как распределяются скорости между частицами, в данном случае электронами, согласно закону Максвелля, представим себе пластинку ВВ (рис. 5) с небольшой щелью, в которой помещается плоская металлическая лента А, разогреваемая до белого каления электрическим током. За подвижной стенкой С, с отверстием стоит так называемый цилиндр Фарадея Д, соединенный с электрометром Е. Положим, отверстие стенки С находится против А, тогда ясно, что электроны, испускаемые накаленной лентой А, будут попадать в отверстие и будут заряжать электроскоп. Но если мы сдвинем пластинку С с ящиком Д так, что отверстие будет приходиться уже не против щели, тогда электроны будут попадать в ящик только в том случае, когда они будут обладать некоторой слагающей скоростью параллельно ВВ. Если мы будем отмечать, как быстро заряжается электрометр до определенной величины заряда, при различных положениях щели С относительно А, мы можем узнать как распределяются скорости между электронами или, вернее, как распределяются слагающие скорости, направление. которых совпадает с направлением ВВ.

Опыты Ричардсона показали, что распределение получается такое же как предсказывал Максвелль. Очень большие и очень малые скорости встречаются реже, наибольшее число приходится на некоторую среднюю скорость, величина которой зависит от температуры накаленной металлической ленты. Итак, теперь можно уже говорить, что Максвеллевское распределение скоростей установлено на опыте, но мы все-таки с определенными индивидуумами в данном случае не считаемся, мы разбиваем их на группы, содержащие значительное число индивидуумов. С течением времени, однако, наши способы исследования настолько усовершенствовались, что явилась возможность учитывать действие каждой индивидуальной молекулы, по крайней мере, в ряде частных случаев. Мы, можно сказать, приблизились к тому времени, когда уже каждый отдельный атом, каждую молекулу можно будет учитывать. Пока это возможно для тех атомов и молекул, которые обладают достаточной скоростью и, следовательно, достаточной энергией. Пока атом обладает малой энергией его действия недоступны нам, но когда он летит с большой скоростью, тогда он, несмотря на свою малую массу, может оказывать видимое глазу действие, например, производить видимую для глаза вооруженного лупой вспышку на экране сернистого цинка. При этом здесь необходима некоторая предельная скорость, и она выражена очень резко. Если частица имеет скорость чуть-чуть меньше, вспышки уже больше не видно. Это очень хороший пример, как количество переходит в качество В этой области опять-таки теория несколько предшествовала

опытам; в 1904 году краковский физик Мариан Смолуховский напечатал крайне интересную статью теоретического характера. Он задался целью выяснить следующий вопрос: пусть мы имеем некоторый об'ем газа V (см. рис. 6), пусть в этом об'еме выделена небольшая часть v, и спросим себя, сколько будет в этом об'еме частиц? Естественно, прежде всего, следующее предположение: частицы газа распределяются более или менее равномерно. Скажем, если во всем об'еме будет находиться N частиц, то в об'еме v их будет $\nu = \frac{N}{V} \cdot v$. Это будет среднее число частиц, расположенных в данном небольшом об'еме. Смолуховский задался целью определить—какова будет вероятность, что в этом маленьком об'еме будет не ν, а n частиц, где $n \gtrless \nu$. Результат получился следующий. Вероятность найти в об'еме не ν, а n-частицу выражается так: $W(n) = \frac{\nu^n}{n!} e^{-\nu}$. (где n! изображает, как обычно, произведение 1. 2. 3. . . . n).

Таким образом, если мы высчитаем, каково должно быть среднее число ν частиц, приходящихся на этот маленький об'ем, тогда мы можем по этой формуле подсчитать, как часто мы будем наблюдать отступления той или другой величины $n-\nu$. Проверить на газовых молекулах этот результат мы пока не можем, но зато теория Смолуховского блестяще оправдалась, как мы увидим на опыте с коллоидальными растворами.

Через несколько лет после опубликования этой работы благодаря исследованиям Перрена возобновился интерес к Брауновским движениям—я о них подробно говорить не буду, но укажу, что интерес к ним возобновился потому, что удалось доказать их тесную связь с молекулярными движениями: оказалось, что к Брауновским частицам приложимы все законы газового состояния, приложимы те самые формулы, над которыми смеялся Оствальд.

Только что изложенная теория Смолуховского была проверена на коллоидальных растворах, в которых это Брауновское движение наблюдалось с помощью микроскопа. В поле зрения микроскопа ставились диафрагмы, которые ограничивали очень небольшое поле зрения, где было всего 5-6 частиц, а так как они двигались, то число их менялось. Оказалось, что даже в ряде наблюдений, не превышающем сотни, получалось великолепное совпадение с вычислениями, выполненными по формуле Смолуховского; чем больше мы увеличиваем число наблюдений, тем понятно результат будет лучше. Оказывается далее, что эта же

самая формула Смолуховского приложима к распределению α частиц во времени. Способ, которым пользовались в этих исследованиях, заключается в следующем. На одном конце длинной стеклянной трубки помещается экран Z (чер. 7), покрытый слоем сернистого цинка. На некотором расстоянии от экрана ставится диафрагма D и значительно отступя— источник α-частиц, т.-е. какой-нибудь радиоактивный препарат R. Из трубки выкачивается воздух для того, чтобы частицы двигались беспрепятственно, а диафрагма ставится подальше от R, чтобы частиц проходило через нее меньше, т. к. тогда легче считать производимые на Z вспышки, наблюдаемые в лупу L. Самое наблюдение производится следующим образом: при каждом появлении искры наблюдатель нажимает на кнопку и тем делает отметку на приводимой часовым механизмом в движение ленте. На той же ленте делаются автоматически через определенные промежутки времени отметки. После ряда наблюдений мы отбираем такие промежутки, в течение которых появилась одна искра, две, три и т. д., и подсчитываем число повторений.

Распределение частиц во времени удовлетворяет закону, найденному Смолуховским. Если бы у нас было больше времени сегодня, можно было бы показать, что эту формулу Смолуховского можно вывести из теории радиоактивных явлений и законов вероятности, как это сделал один из английских физиков Бэтман. Вот в этих опытах несомненно, что мы имеем дело с коллективом, при чем мы можем наблюдать действия отдельных индивидуумов, здесь ни один из них не ускользает! Я не имею возможности останавливаться на опросах, связанных с исследованиями этих альфа-лучей, или альфа-частиц. С их помощью исследуется в настоящее время строение атомов, эти частицы сами являются могучими орудиями исследования. К сожалению, у меня нет времени, и я на этом останавливаться не буду. Прежде чем покинуть эту область и перейти к последней группе вопросов где, также применяется статистический метод, я хотел бы указать, что еще задолго до открытия этих удивительных методов, позволяющих учитывать каждую отдельную частицу, каждый отдельный атом, т. к. теперь установлено, что α-частица есть атом гелия заряженный $+$электричеством, еще задолго до этого все-таки удавалось показать, что процесс выделения альфа-частиц есть процесс статистический, что, значит, в некоторые моменты их выделяется больше, а в другие меньше и только в среднем число их остается постоянным. На следующем чертеже указано расположение приборов в этих более ранних исследованиях. Представим себе два цилиндра A и A_1, (чер. 8). На дне каждого из них имеются отверстия,

закрытые листочками аллюминия O_1 и O_2, через которые свободно проходят α-частицы. На изолирующих пробках b_1 и b_2 вставлены проволоки C_1 и C_2, соединенные между собой и с парой квадрантов электрометра E. Другая пара квадрантов отведена к земле.

Оболочки цилиндров соединены с полюсами батареи, середина которой отведена к земле, и заряжаются одна до+200 вольт, другая до—200, перед окошками O_1 и O_2 помещаются два одинаковых радиоактивных препарата R и R_1, при чем их можно при помощи винтов установить так, чтобы они производили в цилиндрах одинаковое ионизирующее действие; α-частица, влетая в цилиндр сквозь тонкие листочки аллюминия, разбивает электрически нейтральные молекулы на положительно и отрицательно заряженные части. Если оба источника α-частиц одинаковы, то они дадут в обоих цилиндрах по одинаковому количеству ионов того и другого знака; но в цилиндре A, все положительно заряженные ионы осядут на проволоку C_1, а в цилиндре A_2, наоборот, все отрицательные ионы осядут на C_2. Электрометр E, соединенный одновременно с C_1 и C_2, не должен заряжаться (одна пара квадрантов соединяется с C_1 и C_2, другая отведена к земле). На деле же он попеременно заряжается то,+то—.Это происходит потому, что выделение частиц—процесс статистический: то оказывается, что один препарат, именно R, посылает больше частиц, то другой—R_1—больше. Стрелка не стоит спокойно, и все время отклоняется то вправо, то влево.

Статистические расчеты показывали, что для данной установки мы должны были бы наблюдать отклонения в ту и в другую сторону, в среднем 3,1 деления шкалы, а наблюдалось в действительности 2,9, так что результаты оказались, принимая во внимание неизбежные ошибки, вполне удовлетворительными.

Необходимо отметить, что когда производились первые опыты по только что изложенной схеме, все еще нельзя было непосредственно наблюдать отдельные частицы, самое присутствование их было гипотезой. Поэтому подобное статистическое исследование, как и во многих других случаях, шло впереди и указывало путь для дальнейших исследований.

Теперь позвольте перейти к последней области явлений, которая очень тесно связана с тем, о чем я только что рассказывал, с теми отступлениями от средней величины, какие начинают выступать при изучении физических явлений всякий раз, когда методы исследования становятся более совершенными. Если мы встанем на точку зрения Смолуховского, то должны будем сказать, что когда в воздухе мы выделяем куб. миллиметр, то в этом об'еме воздуха будут

постоянно происходить изменения количества частиц или изменение плотности: вследствие этого у нас давление будет меняться, но само собой разумеется, что если бы, благодаря этим хаотическим движениям, в данном элементе случайно оказалось на 1% больше молекул, то у нас сейчас же произойдет выравнивание: маленький порыв ветра, который это различие в плотности уничтожает. Оказывается, что можно любое вещество, в том числе и газы, привести в т. н. критическое состояние, когда при значительном изменении плотности давление очень мало изменяется.

На рис. 9 изображена графически связь между об'емом и давлением при критическом состоянии: при изменении об'ема на значительную, во всяком случае на заметную, конечную величину от V_1 до V_2 не происходит почти никакого изменения давления (см. рис. 9).

Если в такой среде вследствие хаотичности молекулярных движений произойдет изменение плотности, т.-е. в каком-либо элементе об'ема окажется больше молекул, чем в соседних, то так как от этого давление не изменится, не будет повода такому „сгустку" рассасываться. Подобная среда окажется неоднородной, и свет через нее будет проходить так же как и через мутную среду, напр., воду с примесью молока. Это явление носит название „опалесценции" при критическом состоянии. Так как вероятность образования сгустка тем более, чем меньше размер сгустка, то мелкие сгустки будут преобладать, а потому, как показывает теория, в отраженном свете такая среда должна иметь голубоватый цвет. Исследование отраженного света, как показывает кинетическая теория, позволяет определить число частиц, приходящееся на грамм-молекулу. Оказывается, что результаты, полученные таким способом, очень хорошо совпадают со всеми остальными результатами, позволяющими определить ту же величину. Это даст значительную опору молекулярной теории. Если при критическом состоянии такую опалесценцию нетрудно наблюдать в небольшом сравнительно об'еме; то подобного рода явления должны происходить и в любом газе при обычных условиях, только „сгустки" в нем должны быть очень недолговечны и они должны возникать крайне редко. Смолуховский произвел подобный подсчет. К сожалению, я этой работы не видал, мне пришлось слышать о ней в докладе самого Смолуховского. До сих пор я не мог получить номера „Известий Краковской Академии", в котором она напечатана, и потому во всех деталях проследить эту работу не мог. Результаты сводятся к следующему: положим, имеется кубический сантиметр воздуха, и плотность воздуха в этом об'еме была бы на 1% больше, это неравенство, конечно, сейчас же выравняется, но через сколько времени мы можем ожидать, что у нас появится такое же отсту-

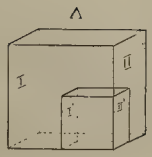


Рис. 1.

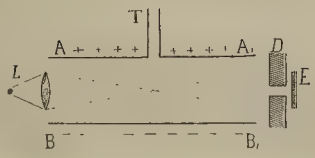


Рис. 2.

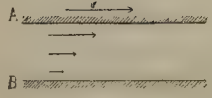


Рис. 3.

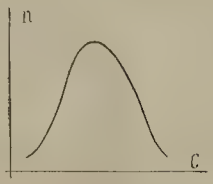


Рис. 4.

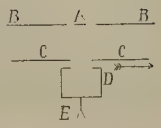


Рис. 5.

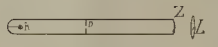


Рис. 7.

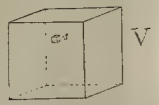


Рис. 6.

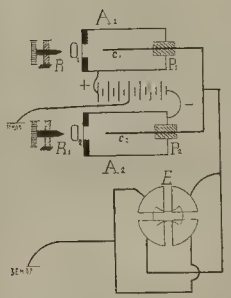


Рис. 8.

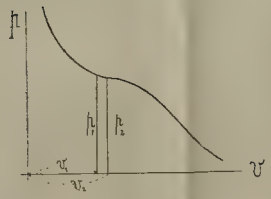


Рис. 9.

пление в этом об'еме и также в 1%? По Смолуховскому это произойдет через $10^{10^{14}}$ сек! Дальше предположим, что мы взяли не кубический сантиметр, а куб стороной в 0,2 микрона (микрон=одной тысячной миллиметра). В таком малом об'еме отступления от средней плоскости порядка 1% будут происходить через каждые 10^{-8} секунды, т.-е. 100 миллионов раз в секунду! Значит, все зависит от масштаба. Хотя подобные отступления и очень недолговечны, но если взять очень толстый слой газа, напр., земную атмосферу, то эти отступления от средней плотности должны дать явление опалесценции, которое при критическом состоянии гораздо резче выражено и может быть наблюдаемо в слое в несколько миллиметров. Этим способом Смолуховский об'ясняет голубой цвет неба, и опять-таки измерение этого голубого цвета, т.-е. сравнение количества рассеянного света различными частями небесного свода, для той или другой части спектра дает возможность подсчитать число частиц в единице об'ема, или подсчитать число молекул в грамм-молекуле. Мы получаем опять то же самое число, которое получали все исследователи, определявшие ту же величину иными методами. Я боюсь однако, что очень затянул свой доклад, позвольте мне его окончить теми словами, которыми Смолуховский хотел выразить то широкое значение, какое имеет статистический метод в физике и смысл которых после сказанного сейчас ясен. „Лучшее доказательство необходимости пользоваться в физике статистикой человек получает тогда, когда он смотрит на синее небо".

Статистический метод в кристаллографии.

Г. В. Вульф.

Специальной части моего доклада я должен предпослать несколько общих сведений из области учения о кристаллах. Наука о кристаллах называется кристаллографией. За все свое существование она претерпела характерную эволюцию. Начала она как описательная наука, и тут-то статистический метод сыграл весьма важную, хотя элементарную роль. Благодаря общим законам, найденным статистическим путем, кристаллография обратилась в науку вполне дедуктивную. Были установлены такие общие законы, и так их оказалось немного (всего 3), что можно было построить стройное здание дедуктивной науки и теоретическим путем притти к выводу, что в кристаллах не может быть большого, разнообразия: что все мыслимые кристаллы можно подвести под выводимые теоретически 32 типа, не больше—не меньше. Из 32-х типов мы уже знаем 31, еще не найден 1, но мы надеемся его найти, так как нет никаких оснований считать его невозможным в природе. Такой результат, конечно, в высшей степени типичен. Есть еще другая особенность в эволюции кристаллографии: она начала свое развитие как наука описательная. В ряду наук естественно-исторических, которые занимались описанием формы твердых тел, образующихся во внешней природе без участия человека, кристаллография считалась часто минералогией. Способ изложения и методы изучения заимствовались из естественных наук. Но мало-по-мало она превращалась в науку рациональную, и теперь она стала существенной частью физики, а именно, если можно так выразиться—геометрией твердой среды. Она превратилась в учение о симметрии твердой среды и позволяет определить вид, который может принять то или другое физическое явление в зависимости от симметрии среды. Так что физика теперь, на основе данных кристаллографии, может вывести вид явлений в любом виде твердого тела. Значение кристаллографии еще больше можно подчеркнуть тем фактом, что понятие о твердом теле и о теле кристаллическом мы считаем тождественным. Следовательно, учение о твердом теле

не может быть без кристаллографии, и кристаллография есть наука о геометрических свойствах твердого вещества вообще.

На первых порах кристаллография находилась в руках статистического метода. Кристаллы с самого начала являлись какими-то индивидуумами. Наблюдая их в природе и сличая, мы должны были подойти к их общим свойствам. Я здесь захватил несколько характерных образчиков кристаллов магнитного железняка. Вы видите, что все это многогранные тела, но геометрически они не могут быть названы какими-нибудь совершенно определенными многогранниками. Один из них наиболее подходит под то, что в геометрии называется „октаедром“,—вот образчик. Другие неделимые в значительной степени уклоняются от идеальной формы октаедра.

На первый взгляд трудно даже констатировать сходство; скорее бросается в глаза различие. Вид граней различный. В октаедре грани—треугольные, а на кристаллах правильного треугольника нет, хотя на них и восемь плоскостей, как полагается октаедру.

В 1669 году датский ученый Стено, член академии del C mento в Падуе, открыл сходство в кристаллах одного и того же вещества. Он заметил, что разнообразие форм не касается углов между гранями, что углы остаются постоянными, несмотря на все несходство в форме. Это так называемый „закон постоянства углов“, закон, носящий имя Стено и характеризующий ту величину, которая прежде всего определяет кристаллы, т.-е. углы между гранями. Теперь мы этот закон Стено, найденный эмпирическим путем, проверили измерением углов, подвергли измерению целую серию октаедров магнитного железняка и нашли, что в среднем эта величина приближается к углу октаедрических граней. К счастью, здесь мы находимся в особо благоприятных условиях: мы теоретически знаем величину, которую наши измерения должны дать в среднем. Следовательно, здесь наша статестика находится в гораздо более благоприятных условиях, чем в обыкновенных случаях. Мы имеем теоретическую величину, которую можем проверить в среднем. Эта теоретическая величина в данном случае есть угол октаедра, и к ней, действительно, как угодно близко можно подойти, увеличив ряд наших измерений. Мы замечаем только случайные отступления. Следовательно, мы здесь имеем дело с действительной геометрической фигурой октаедра. Пронивеллировав, так сказать, с помощью статистики отдельные случаи, мы можем уже индивидуализировать различные неделимые, т.-е. указать уклонения от идеальной формы. Представим себе такой октаедр, который я черчу в виде плоской фигуры на плоскости. Он

может иметь индивидуальное отклонение, может вытянуться, но углы должны быть сохранены. Вот будет то общее, к чему привело нас сличение различных октаедров между собой. Очевидно, случайность получения в природе этих индивидуумов, их возникновение, рост обусловливают эти уклонения. Внутри такого ограничения вещество кристалла однородно и, как говорят, анизотропно, т.-е. свойства его различны по различным направлениям. Если мы, например, пойдем перпендикулярно к какой-либо грани, мы встретим перпендикулярно именно эту грань, по другому направлению мы встретим другую перепендикулярную к нему грань и т. д. При чем все грани могут отличаться физическими свойствами друг от друга. При изучении физических свойств этой среды окажется, что они различны, меняются с направлением. Следовательно, у нас рисуется картина уже не неделимого, ограниченного плоскостями, а с р е д ы, неопределенного протяжения, с различными свойствами, зависящими от направления. Ограничение этой среды для нас является уже чем-то второстепенным. Конечно, эта среда также характеризуется тем, что равные направления, по которым мы обнаруживаем равные свойства (положим, одинаковые грани, ограничивающие среду), располагаются определенным образом в пространстве, а именно в данном случае перпендикулярно к граням октаедра. Это, собственно говоря, геометрическая особенность данной среды. Мы по этим перпендикулярам всегда найдем одинаковые свойства. В этом состоит закон симметрии. В общем случае мы можем иметь и другие законы распределения равных направлений, другая среда будет иметь и другую симметрию, и эти случаи симметрии имеются теоретически в природе в числе 32-х. Кристаллография обязана своим развитием вот такого рода законам.

Теперь дальше. Кристаллография претерпевает уже через много 10-летий существенный прогресс. Почти ровно сто лет, а именно столетие истекло 3-го июня этого года со смерти французского ученого, гениального человека, аббата Ренэ Жюста Аюи, одного из первых фр. академиков. Он был приглашен в возникшую тогда французскую Академию (Institut de France) за свои открытия в области кристаллов. Он открыл так называемый „закон рациональных численных отношений или закон целых чисел". Опять это было основано на измерениях углов кристаллов. Я скажу несколько слов об этом законе целых чисел, хотя он и имеет только косвенное отношение к тому, что я скажу дальше. Чего он касается? Мы имеем в нашей среде известный комплекс направлений. Представим себе, что наш кристалл имеет сложную форму, много граней; мы можем различить целый ряд направлений, по которым мы наблюдаем грани в кристалле. Спрашивается: есть ли какая-нибудь связь

между этими направлениями? Независимы ли они друг от друга, или имеют определенную зависимость между собой? Аюи открыл эту зависимость: все эти направления составляют один комплекс, в основе которого лежит в высшей степени простой геометрический образ, а именно: мы можем выбрать изо всех направлений на плоскости, конечно, 2 направления, в пространстве—3 направления, две прямые, выходящие из одной точки, за оси. Третье направление (в плоской схеме) мы выберем за так назыв. единичное направление. Мы возьмем на этом 3-м направлении точку в каком-нибудь расстоянии от начальной точки и проведем через эту точку 2 прямых, параллельных первым двум направлениям. Получим параллелограм, который и повторим сколько угодно раз на плоскости. Заполнив всю плоскость такими параллелограмами, мы получим фигуру, существ. части которой будут точки, общие вершины параллелограмов, совокупности которых составят так называемую плоскую сетку. Параллелограмы тут только вспомогательные фигуры. В пространстве мы будем иметь вместо параллелограма—параллелепипед, и тогда мы получим пространственную решетку, и все аналогичные направления, наприм., перепендикуляры к граням или ребра кристалла, определятся такой пространственной решеткой. Если мы построим пространственную решетку на перепендикулярах к граням, то каждый ряд решетки, т.-е. прямая, проходящая через 2 угла решетки, будет тоже перпендикуляр к грани, возможной на кристалле. Вот общий закон, соединяющий все равноправные направления в кристалле. Эта пространственная решетка, которая геометрически связывает в одно целое однозначные направления в кристаллах, и позволяет предсказывать новые грани на кристалле. Новая грань может возникнуть только определенного направления; она должна быть перпендикулярна только к одному из родов решетки.

Это открытие Аюи может быть выражено чисто геометрически без всяких числовых характеристик. Но из него, конечно, сейчас же вытекают числовые величины, а именно: каждый узел (точка) решетки будет характеризован 3 целыми числами. Параллелепипед решетки характеризуется отношением трех своих ребер и тремя углами так, что получится пять независимых величин, кристалл в общем случае характеризующих. Например, угол может быть равен 90°. При этом могут быть частные случаи, когда два или все три ребра параллелепипеда равны, и два или все три угла равны или равны 90°. В решетке каждый узел характеризуется тремя целыми числами, если измерять координаты узла ребрами параллелепипеда решетки,—это и есть закон целых чисел, который вытекает из пространственной решетки. Нужно заметить, что этот закон, чисто геометриче-

ский, теперь получил физическое толкование, а именно: теперь помощью открытых 10 лет тому назад явлений дифракции рентгеновских лучей доказано, что кристалл состоит из атомов, однообразно расположенных по узлам пространственной решетки. 10 лет тому назад, исходя из предположения, сделанного еще Аюи о строении кристалла по типу пространственной решетки, Лауэ пришел к открытию интерференции рентгеновских лучей. Он предположил, что составляющие кристалл атомы представляют из себя центры излучения рентгеновских лучей, и под влиянием падающих на них рентгеновских волн сами испускают этот свет. Волны отдельных атомов складываются в пространстве, и результат этого сложения легко вычислить. Наоборот, из наблюдения этого взаимодействия волн можно составить себе понятие о расположении источников света в кристалле и заключить о расположении атомов внутри кристалла, т.-е. о строении кристалла. Вот та эволюция, которую кристаллография претерпела за сто лет и какое важное физическое значение приобрел этот чисто геометрический закон кристаллографии. Но Аюи основал еще и третий закон кристаллографии—закон симметрии. Он указал на то, о чем я уже заметил: что среди всех направлений, возможных в пространственной решетке, могут быть так называемые „равные“ направления. Эти равные направления одинаковы по геометрическим своим свойствам, по расстоянию между узлами и равны по физическим свойствам. Расположение этих родов всегда симметрично. Равные направления симметрично расположены, а симметричные направления равны между собой, а кристаллы различаются между собой способом расположения в пространстве этих направлений. Нужно было развить учение о симметрии, за это принялись многие ученые, но только в конце прошлого столетия учение о симметрии было развито окончательно, т.-е. было найдено исчерпывающее определение понятия симметрии. И только тогда, когда дело изучили такие люди, как Кюри, французский физик, Федоров, русский кристаллогр. Гадолин, русский физик, Мебиус, немецкий математик,—была разработана вполне определенно симметрия, и мы только тогда могли приложить этот закон к кристаллам. Прилагая исчерпывающее определение симметрии к пространственной решетке, выражающей, как мы видели, основные свойства кристаллов, можно логически притти к выводу, что случаев симметрии в кристаллах может быть только 32.

Вот, собственно говоря, я охарактеризовал вкратце развитие всей кристаллографии. Как видите, по существу, это очень простая наука, но до этой простоты мы дошли очень и очень медленно. С 1669 года по наше время протекло более 250 лет, и только теперь мы можем сказать,

что мы пришли к вполне определенному результату, имеющему в высшей степени важное значение не только геометрическое, как раньше, но и физическое. Эта геометрия кристаллов теперь уже получила физическое содержание, получила, так сказать, настоящую жизнь. Я уже указал на то, что мы обязаны всеми этими законами наблюдению и, значит, статистике, но это, так сказать, в общем значении слова—статистика. Интересно как раз подойти к более частному ее применению в кристаллографии. Я сказал, что статистика может нивеллировать индивидуальность, может вводить средние и может также, обратно, сравнивая средние с отдельными наблюдениями, констатировать индивидуальность в изучаемых нами единицах. Из таких вопросов, касающихся индивидуальности кристалла, особенно важным мне показался в свое время такой вопрос. Мы вывели геометрические законы кристаллографии, мы их знаем, они представляются нам в высокой идеальной форме и, значит, они точны до последней крайности и, если они оказываются неточны в отдельных случаях, то это зависит от неточности нашего измерения или от ошибок самой природы, которая ошибается, уклоняясь в ту или другую сторону, так же как ошибаемся и мы. Следовательно, очень важный вопрос для кристаллографии—насколько точно осуществляются в природе геометрические законы кристаллографии. Этот закон был, так сказать, инстинктивно решен в истории науки. Вопрос этот, конечно, связан с практикой. Ведь если на кристаллах осуществляются геометрически вполне идеально точные законы, то нам нужно свои измерительные методы, способ измерения углов, уточнить до совершенства, а между тем вековой опыт показал, что этого делать не стоит и даже, наоборот, прежде применявшаяся к измерениям точность была оставлена. Если мы посмотрим на измерения Кокшарова, этого, так сказать, любителя и спортсмена измерений, то мы найдем у него углы, измеренные до секунды, и приборы его были в высшей степени точны, а теперь мы имеем гониометры, дающие измерения до полминуты. Практика показала, что колебания в углах кристаллов индивидуальны, отклонения от углов бывают такие, что не стоит мерить углы с большой точностью. Но нам нужно было убедиться в этом, т.-е. прямо найти способ, который бы на каждом индивидууме дал возможность проследить, насколько он отклоняется от идеала. Вот такую-то задачу я поставил себе и разрешил в своей работе, вышедшей в 1903 году, „О пределах точности законов геометрической кристаллографии“. Я рассуждал таким образом: пять величин определяют кристалл, два отношения двухлинейных измерений и три угла. Нужно определить эти пять величин и в этом состоит определение кристаллов. Мы эти ве-

личины вычисляем, и необходимо на кристалле сделать пять измерений пяти независимых углов, и тогда мы сможем вычислить эти величины. Но мы ведь можем выбрать какие угодно пять углов, и в зависимости от выбора мы получаем то или иное значение величин, потому что эти углы будут различно уклоняться от теоретической величины, следовательно, такого рода определение кристаллов неточно и незаконно. Мы вносим произвол в определение этих вели ин, произвольно, как удобно, выбираем 5 углов на кристалле. Нельзя ли сделать так, чтобы этого произвола не было? Мы знаем, что статистические методы, особенно метод наименьших квадратов, дает возможность подходить к решению об'ективно и устранить произвол в наших операциях и наши результаты сделать более вероятными. Нужно, значит, обратиться к методу наименьших квадратов и его приложить к вычислению. Это делалось и раньше, но делалось применительно к такой схеме: выбирались 5 углов так или иначе, потом помощью метода наименьших квадратов сглаживались результаты вычислений пяти характеристических величин. Но в данном случае метод наименьших квадратов не был исчерпывающим,—он не имел единства и одного плана. Значит, нужно было всего этого добиться, и мне представился путь к этому однообразию в разрешении задачи, так сказать, в однозначности ее решения, в том методе измерения кристаллов, который входил тогда в общее употребление в методе теодолитного измерения кристаллов. Это очень важный метод, его можно характеризовать следующим образом. Возвратимся к исходному представлению кристаллов как среды. У нас есть точка внутри кристалла. Мы идем по одному направлению, встречаем грань, по другому—тоже, по третьему—тоже. Если мы вообразим себя в этой точке, то мы станем как бы астрономами. Если у нас кристалл есть среда, как мировая среда, то мы будем видеть грани по этим направлениям, как звезды, и, следовательно, нет ничего проще применять метод астрономии, т.-е. пользоваться двумя кругами для определения, но уже не углов, а направлений. Мы устраиваем два круга: один горизонтальный, другой вертикальный, и приделываем к этим кругам зрительные трубы, которые позволяют наблюдать отражения на гранях кристалла, и, вращая эти трубы с кругами, мы будем их направлять по перпендикулярам к граням. Конечно, это только схема. Осуществляется это иначе. Но все же остается приблизительно так. Мы, таким образом, получаем теодолитный метод в применении к кристаллам. Этот метод придуман на Западе Гольшмидтом и Иенским оптиком Чапским, а также русским академиком Федоровым. Они устроили теодолитные гонирометры, при помощи которых определяются не углы, а направления, по-

мощью двух координат, как звезды, с помощью долготы и широты; по одному кругу мы отсчитываем долготу, а по другому — широту, и каждую грань мы можем характеризовать двумя величинами, долготой и широтой, и если измерим каждую грань, то мы будем иметь вполне определенное число величин, характеризующих все грани кристалла, и если же мы вычислением извлечем из этой совокупности 5 величин, то в этом извлечении будут участвовать уже все грани кристаллов, и все они будут равноправно учтены. Так что оказывается, что задачу можно поставить в самом общем случае. На поверхности шара чертим кристалл в виде точек, эти точки обозначают выход на поверхность шара перпендикуляров к граням, и задача сводится к вычислению координат трех точек долгот и широт, следов осей кристалла, x, y, z, на поверхности шара.

Мы можем принять в расчет сколько угодно точек, изображающих грани и приложить метод наименьших квадратов. Здесь имеются схемы. Галуа их хорошо разработал, так что если пользоваться арифмометром, то вычисление, конечно, очень продолжительное, займет около 6 часов. В этой брошюре у меня описывается способ получения и решения уравнений. Подготовительная работа для целого ряда кристаллов занимает несколько часов, а потом каждый кристалл тоже—4—5 часов. Эта задача очень и очень кропотливая и требующая времени. Я изучил таким образом 3 кристалла квасцов и 4 менее симметричных кристалла другой соли. Всего 7 кристаллов. Спрашивается, какая цена всем этим сложным вычислениям? Какой толк, если я получу несколько чисел и скажу, что я их получил наиболее беспристрастным об'ективным способом, все грани кристаллов принял одинаково во внимание, значит, сделал все, что можно? Окупятся ли все эти вычисления? Я скажу, что, конечно, нет, если иметь в виду лишь определение кристаллов. При такой малой точности добиваться таких результатов таким сложным путем—тяжелый и напрасный труд. Но этот труд окупается теми выводами, которые можно сделать относительно индивидуальности кристаллов. Все дело в том, что мы здесь параллельно с вычислениями величин, определяющих кристаллы помощью методов наименьших квадратов, имеем возможность вычислить величины отклонений этих величин от известной нормы, которая у нас всегда имеется теоретически. Например, октаэдр имеет известную симметрию, в нем имеются соотношения между всеми величинами, которыя сводят их число к гораздо более меньшему. Следовательно, я могу посмотреть, насколько етот октаэдр отступает от своего идеала, с какой степенью точности осуществляются на нем законы природы, и что всего интереснее: вычисления показывают, что различные

законы кристаллографии осуществляются с различною степенью точности. Например, закон постоянства углов требует, чтобы на каждом неделимом одинаковые углы были равны, несмотря на величину и вид кристаллов. Этот закон может осуществляться с известной степенью точности. Другой закон—закон целых чисел. Он может осуществляться со своей степенью точности. Наконец, закон симметрии точно также имеет свою индивидуальность, свою степень осуществления и углы, которые должны быть равны по симметрии, на одном и том же кристалле могут и не равняться между собой и их уклонение может выходить за пределы ошибок. И вот мне удалось установить несколько общих законов в этом отношении. Оказывается, что каждый кристалл наиболее точно определяется законом решетки, т.-е. законом целых чисел, он осуществляется наиболее точно. Это очень характерно. Если мы теперь посмотрим этот закон с точки зрения построения кристаллов, мы должны себе представить такую картину: при кристаллизации атом присоединяется к атому, и создается среда, в которую входит бесчисленное множество атомов. Они все при кристаллизации присоединятся друг к другу, и казалось бы, что миллионный атом может уложиться иначе, чем начальный, и следовательно, известный беспорядок может наступить при кристаллизации. Оказывается, этот порядок выдерживается гораздо более строго, чем начально задаваемая ориентировка атомов. Мне самому интересно посмотреть с точки зрения современных наших взглядов, а именно с точки зрения структуры кристаллов на то, что сделано мною в 1903 г. Представим себе, что к атому присоединяются атомы по двум направлениям. Образуется некоторый угол, от этого угла зависит угол между двумя ребрами или гранями. Этот начальный угол может варьировать у различных кристаллов, и кристалл, следовательно, может вырасти с тем или другим углом. Но что касается общего расположения атомов, связи между этими различными направлениями, то она гораздо прочнее задается этим начальным положением атомов. Закон целых чисел выдерживается гораздо более прочно, чем закон постоянства углов и чем закон симметрии, ибо симметрия зависит от начального угла.

Теоретически самые высоко симметричные кристаллы, оказывается, все-таки отступают от условий симметрии, симметрия на них осуществляется гораздо менее точно, чем относительное расположение атомов в них, характеризующееся пространственной решеткой. Вот главный результат, который мы можем получить применением в высшей степени кропотливого метода наименьших квадратов. Теперь, под влиянием современных взглядов, я и вернулся к этому вопросу, и еще больший к этому стимул дала эта серия

докладов по статистике. Тем более, что теперь сидеть дома и вертеть арифмометр гораздо легче, чем работать в лаборатории.

Я охарактеризовал метод наименьших квадратов и то, что он может нам дать. Приложение статистических методов к кристаллам не ограничивается этим. Я должен указать на работы моего прямого ученика Шубникова, ныне профессора Екатеринбургского Горного Института. Он занимался уже настоящим приложением статистики, а именно с такой точки зрения. Представим себе, что у нас много кристаллов, повидимому, одного какого-нибудь происхождения. Шубников изучал кристаллы вилуита, который представляет из себя восьмигранный столбик с четырегранными пирамидами на конце, заканчивающийся двумя поперечными площадками. Это сибирский кристалл. Эти кристалы растут, увеличиваясь в об'еме, и их грани удаляются с известной скоростью от начала роста, от общего центра. Эту скорость (относительную) можно весьма просто измерить по толщине кристаллов по разным направлениям. Отношение этих величин даст относительную скорость. Мы получим, конечно, большое разнообразие, и можно сравнить между собой эти результаты, вычислив методом наименьших квадратов, нанести их в виде кривой и посмотреть, что выйдет. Если бы кристаллы росли в аналогичных условиях, мы, конечно, получили бы известное однообразие в картине. Кривая будет однообразна. Но вот Шубников нашел, что кривые не простые, а сложные. Разлагая их, можно констатировать два рода кристаллов, явственно различных между собой. В скоростях роста граней столбика не наблюдается разницы, но верхняя и нижняя площадки растут различно в зависимости от каких-нибудь неизвестных нам обстоятельств. Неделимые распадаются резко на две группы. Мы можем, конечно, дальше поставить вопрос о причине разницы в этих группах, но это, конечно, другой вопрос.

Чтобы не затруднять Вашего внимания продолжительностью моего доклада, я коснусь еще лишь одного случая в статистике кристаллов. Пространственную решетку со времени Аюи пытались приложить к вопросу о строении кристаллов, Аюи построил геометрическую теорию, и он считал, что параллелепипедальные ячейки соответствуют молекулам в кристалле, но не все кристаллы ему удалось построить из параллелепипедальных ячеек, и он должен был допустить октаэдрические ячейки или тетаэдрические, которые однакоже не заполняют пространства. Огюст Бравэ, известный физик, сделал ряд в высшей степени ценных исследований по геометрии кристаллов и предложил свою теорию строения кристаллов. Он указал, что в узлах пространственной решетки должен быть помещен центр тяжести частиц кри-

сталла, расположенных параллельно. Если пространственная решетка составлена из атомов, то как должна быть построена из атомов внешняя грань кристалла. Он высказывает такое положение, которое известно под именем закона Бравэ.

В пространственной решетке можно через узлы провести бесчисленное множество систем параллельных плоскостей в различном направлении. В каждой системе плоскости будут образовывать слои, толщина которых будет различна для систем различного направления, и в каждой системе плоскости будут иметь свою плотность, при чем под плотностью плоскости надо понимать число узлов, приходящееся на единицу площади. Так как слои решетки параллельны граням кристалла, то является вопрос, какие же грани кристалла соответствуют более плотным слоям, какие менее плотным. Бравэ высказал предположение, которое и составляет сущность закона его имени, что грани, чаще всего встречающиеся на кристаллах какого-либо вещества, будут и самые плотные. Для того же, чтобы решить, какие грани встречаются наиболее часто, надо произвести статистическое исследование многих кристаллов одного и того же вещества. Французский кристаллограф Фридэль сделал обстоятельное исследование этого закона и нашел его верным. Современное изучение строения кристаллов помощью рентгеновских лучей подтвердило закон Бравэ уже не статистическим, а чисто экспериментальным методом, так как эти лучи дают возможность определить непосредственно толщину слоя решетки, стоящую в простой связи с плотностью слоя. Таким образом чисто статистический закон Бравэ нашел себе прочное экспериментальное подтверждение.

Итак, мы видели, что кристаллография являет яркий пример науки, в которой законы, выведенные статистическим путем, оказались настолько общими и исчерпывающими сущность ее предмета, что она обратилась в точную науку дедуктивного характера.

Статистическая механика

Доклад проф. С. А. Богуславского († 3 сентября 1922 г.).

20 июня 1922 года.

Я буду говорить о применении статистики в некоторых механических и физических проблемах, именно о статистической механике. Для лиц, которые далеко стоят от этого вопроса, но которые все-таки ясно представляют себе что такое механика с одной стороны, и что такое статистика, самое название может показаться странным и противоречивым, потому что механика-это прототип точного естествознания вообще: в механике из вполне определенных данных путем совершенно строгих математических операций выводятся решения задач, решения задач тоже вполне определенные, однозначные. Тут случаю не уделяется никакой роли. Наоборот, статистика так как она применяется в общественных науках, применяется именно там, где эти общие законы трудно установить, там где случай играет очень большую роль. Именно чем полнее господство случая тем правильнее применять статистический метод. Именно там, где случай господствует безраздельно, там статистический метод помогает выяснять закономерность и таким образом представлять себе известную общую картину, общий закон, явления. Но мы увидим, что никакого противоречия в действительности нет, что статистическая механика дисциплина не только нужная и полезная, но что она и вполне логична и что к ней необходимо было придти. Задача моего доклада облегчается тем, что вы уже выслушали два доклада из области физики: Ю. В. Вульфа и А. К. Тимирязева. А. К. говорил о применении статистики к кинетической теории материи. Но статистическая механика и появилась на свет именно благодаря запросам кинетической теории материи, так что проблемы, которые стоят перед нами, те же самые, что и в докладе А. К., но несколько другой метод трактовки их. С этими проблемами вы отчасти знакомы, так что то, что я буду говорить уже сразу сделается ясным.

Статистическая механика применяется там, где мы изучаем молекулярныя движения, т. е. в теории теплоты. Теплота—это движение, движение атомов, молекул. Движе-

ние атомов, молекул подчиняется тем же механическим законам, которым подчиняется движение конечных тел. К этому движению мы должны применять обыкновенные законы механики. Но можем ли мы ограничиться этим, можем ли мы применяя только механику найти решение интересующих нас задач, интересующих нас вопросов? Как поступает механика? В каждой механической проблеме нужно разыскать движение данной механической системы. Для того, чтобы разыскать движение, нужно написать дифференциальные уравнения, которым подчиняются те координаты, которыми мы характеризуем состояние системы в каждый данный момент. Мы должны написать столько уравнений, сколько имеется координат. Когда система проста, когда можно характеризовать ее состояние небольшим числом координат, тогда мы имеем дело с небольшим числом дифференциальных уравнений и мы можем их решить. Совершенно другое дело, когда мы обращаемся к задачам молекулярной физики. Здесь число тех переменных, которыми мы можем характеризовать состояние системы, очень велико. Мы должны знать положение каждого атома в пространстве в каждый данный момент. Чтобы зафиксировать положение всех атомов в пространстве, нужно знать число координат, которое равняется утроенному числу этих атомов. Число атомов чрезвычайно велико во всяком об"еме материи, с которым мы имеем дело. Но допустим, что мы могли бы решить эти дифференциальные уравнения,—оказалось бы, что это совершенно бесполезно, потому, что не одни дифференциальные уравнения определяют результаты, но определяют результат еще и те побочные данные, те начальные условия, которые мы даем. А этих начальных условий мы не знаем, мы не знаем из какого положения и с какой скоростью исходит каждая частица. Поэтому, раз мы не знаем их начального движения, мы не можем, даже проинтегрировав уравнения, написать закон, по которому они должны двигаться дальше. Может получиться совершенно новая картина, если мы незначительно изменим начальное движение. Но не нужно это еще и по другой причине, потому что ведь нас интересует не индивидуальная судьба каждого атома, нас интересует поведение всей системы, которую мы наблюдаем. За каждым атомом мы уследить не можем. Мы наблюдаем известные суммарные действия этих атомов. Так что задача сводится к тому, чтобы определить только известные суммарные действия, известные функции наших атомов, и этих функций не так много. Мы не так много можем узнать о материи, мы характеризуем состояние материи сравнительно небольшим числом переменных. Если мы имеем газ, мы характеризуем его состояние температурой, давлением, намагничи-

ванием, электризацией. Вот приблизительно все, что нас интересует. Для того, чтобы эти свойства найти, очевидно, вовсе не нужно знать, как каждый атом, каждая молекула будут себя вести все время. Нужно только знать как конфигурация всей системы влияет на данные свойства, значит—уметь выразить эти свойства как функции от координат наших переменных, и эти функции изучать. Но эти функции совершенно особенные. Возьмем для примера давление газа на стенки. По нашему представлению газ в сосуде состоит из отдельных молекул, которые находятся в состоянии беспорядочного движения — сталкиваются, наталкиваются на стенки, и то давление, которое мы наблюдаем, является результатом того, что молекулы налетают на стенки. Но ведь у нас молекул конечное число, хотя и очень большое, так что число столкновений молекул со стенками в единицу времени будет, хотя и очень большим, но все-таки конечным. Так как мы идеализируем задачу и считаем, что всякое столкновение происходит мгновенно, то строго говоря нет постоянного давления, а есть только ряд толчков, которые стенки получают со стороны молекул. В тот момент, когда молекула налетает на стенку, стенка испытывает толчек, а в промежутках никакого давления нет. Если бы мы могли быть достаточно ловкими и уловить такой момент, мы могли бы сжать газ, не затрачивая работы, перемещая стенку только в промежутке между ударами молекул о нее. Таким образом давление, если его рассматривать очень детально, является функцией очень быстро изменяющейся. Происходит масса столкновений, во время которых стенка испытывает давления, а между ними никакого давления нет. Таким образом мы имеем дело с функцией, которая чрезвычайно быстро изменяется во времени. Можно привести массу таких примеров. Например, если рассматривать магнитные свойства газа. Представьте себе, что в сосуде помещен кислород. Он сильно намагничивается магнитным полем. Если газ поместить в магнитное поле, то молекулы будут стремиться стать по направлению этого поля. Но сделать это им не удастся, потому что им мешает все время тепловое движение. Они быстро двигаются, сталкиваются и это расстраивает их ориентировку. Получается борьба между магнитным полем и тепловым движением, которое стремится расстроить этот порядок. Что же мы стремимся узнать? Мы стремимся узнать степень намагничивания этого газа, степень ориентировки этого намагничивания, происходящего несмотря на то, что тепловое движение все время мешает ему. Эту степень намагничивания не трудно выразить при помощи координат, которыми характеризуется ориентировка каждой данной молекулы. Но эта функция тоже очень быстро меняется со временем, потому что каждая молекула движется.

Когда они сталкиваются, они вращаются, благодаря этому, следовательно, та доля намагничивания, которая дается каждой молекулой, очень быстро изменяется с течением времени, а потому и степень намагничивания газа очень быстро изменяется с течением времени. Вы видите, что мы имеем дело не с той же величиной, которую мы меряем. Мы меряем нечто постоянное, постоянное давление газа, постоянное намагничивание кислорода. А это—средние значения наших быстро изменяющихся функций. Наши приборы недостаточно чувствительны и они меряют только среднюю во времени. Таким образом кинетическая теория материи ставит задачу о нахождении среднего во времени значения небольшого числа функций (давления, об"ема газа, намагничивания, электризации тела, упругих напряжений тела и. т. д.)

Но как же именно можно найти эту среднюю во времени? Если бы мы могли строго решить дифференциальные уравнения, то мы могли бы это вычислить. Но этого сделать мы не можем, потому что мы не можем решить дифференциальные уравнения, не зная начальных условий. Как же, несмотря на это, найти среднюю во времени? Очевидно, нужно использовать законы механики, потому что этим законам подчиняется наша система: она ведь—система механическая. Тут можно поступить мысленно следующим образом и в этом заключается метод статистической механики.

Представьте себе, что вы имеете газ или твердое тело, все равно; оно обладает известной температурой и там происходит известное тепловое движение. Все атомы быстро двигаются. Поступим таким образом: сделаем мысленно кинематографический снимок нашей системы. На каждом снимке ленты зафиксируется известная конфигурация нашей системы, и будем потом изучать эти кинематографические снимки. Тогда каждая фотография явится изображением нашей системы в известный данный момент. Таким образом мы вместо одного об"екта имеем перед собой целое множество, именно состояние нашей системы в различные моменты времени. Представим себе, что мы сделаем эти снимки очень быстро и получим очень много этих изображений. Очевидно, что изучение такой кинематографической ленты поможет нам найти среднюю во времени тех функций, которые мы желаем найти. Если сделать достаточно быстрые снимки, то средние во времени интересующих нас функций можно заменить статистическими средними тех значений, которые эти функции имеют для каждого снимка на нашей ленте.

Для того, чтобы изучить наши снимки мы должны их обработать и мы применяем тот метод, который употребляется в механике, когда мы хотим характеризовать состояние системы. Если мы имеем материальную точку, которая может двигаться только прямолинейно, мы изображаем ее

состояние точкой на плоскости, одна координата, которой определяет положение нашей материальной точки, а другая—в каждый данный момент, ее скорость, или—количество движения (массу, умноженную на скорость). Очевидно состояние точки, движущейся прямолинейно, можно изобразить точкой на плоскости. Для того, чтобы изобразить состояние одной точки, достаточно взять плоскость и на этой плоскости можно изобразить ее состояние. Чтобы изобразить состояние двух точек, каждая из которых движется прямолинейно, нужно взять пространство четырех измерений, потому что, чтобы зафиксировать положение второй точки нужно взять третью координату, а чтобы характеризовать ее скорость четвертую координату. Пространство четырех измерений на доске изобразить трудно, а еще труднее изобразить то пространство, которое нужно для изображения нашего молекулярного состояния. Если мы имеем N атомов, то нам нужно 3N координат, чтобы зафиксировать их положение в пространстве, и нужно еще 3N координат, чтобы зафиксировать их импульсы (количество движения). Следовательно, чтобы изобразить состояние системы в таком многомерном пространстве, нужно взять пространство в 6N измерений. Но это не так страшно, потому что все аналитические операции, аналитическая геометрия пространства многих измерений, совершенно аналогична геометрии пространству двух и трех измерений, к которым мы привыкли. Такое пространство называется в статистической механике пространством фаз. Состояние системы можно изобразить точкой в пространстве фаз. Теперь вспомним про наши кинематографические снимки. Чтобы их обработать возьмем каждый из снимков на ленте, который зафиксировал одно определенное состояние системы. В многомерном пространстве состояние нашей системы будет характеризоваться известной точкой. Если мы будем последовательно просматривать снимки на ленте, то эта точка будет перемещаться в пространстве и мы получим серию точек, получим известное м н о ж е с т в о в пространстве фаз. Как лежат эти точки в пространстве фаз? Ведь мы знаем, что наша система подчиняется законам механики. Если бы мы могли решить уравнения механики, то мы могли бы начертить всю эту последовательность точек. Чем чаще будут следовать наши снимки друг за другом, тем чаще будут лежать точки и в пределе у нас получится линия. Вся история нашей системы изображается известной линией в пространстве фаз. Если бы мы могли строго решить каждую задачу, мы могли бы начертить эту линию. Но что мы можем сказать о том, как эта линия должна располагаться? Существуют некоторые общие законы механики, некоторые общие интегралы дифференциальных уравнений нашего движения, которые мы можем

написать. Если мы имеем дело с газом, молекулы которого движутся, и мы знаем, что газу не сообщается энергии извне, что энергия молекулярных движений постоянна. Если энергия газа постоянна, а энергию мы можем выразить через те переменные, которыми мы характеризуем состояние каждой данной молекулы, то тогда мы можем утверждать, что известная функция скоростей молекул во времени движения постоянна. Для газа это будет сумма кинетических энергией молекул в каждый данный момент.

$$\sum \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Что же это значит, если мы перейдем к пространству фаз? Оказывается, что наша кривая лежит так, что некоторые функции от этих координат все время постоянны. Когда мы говорим в аналитической геометрии, что некоторые функции от координат постоянны для известного множества точек, то это значит, что это множество точек лежит на определенной поверхности. Следовательно мы можем утверждать, что эта наша кривая лежит на определенной поверхности в нашем пространстве фаз,—на поверхности энергии. Конечно, это не будет поверхность в обычном смысле слова. Здесь у нас пространство многомерное и следовательно поверхности многомерные, но они обладают числом измерений на единицу меньшим чем пространство фаз. Мы можем утверждать, что наша кривая должна лежать на известной поверхности, на поверхности энергии. Мы уже здесь используем механику, это уже не чистая статистика, а статистическая механика.

Представим себе, что у нас поверхность энергии изображена следующим образом (рисунок 1).

Мы утверждаем, что вся последовательность точек, или кривая лежит на этой поверхности. Больтцман поставил вопрос: как же собственно располагается эта кривая на поверхности энергии? Он ввел такую гипотезу, что при тех беспорядочных движениях, с которыми мы имеем дело, эта кривая покрывает всю поверхность, что она делает так много петель, что пройдет наконец через всякую точку этой поверхности. Это наверное несправедливо, потому что можно наверное указать такие точки, через которые кривая не пройдет. Но можно предположить, что кривая, если и не пройдет, то все-таки подойдет сколько угодно близко к каждой точке. В такой, более осторожной, формулировке эта гипотеза приводит к тем же результатам. Мы приходим к представлению о том, что с течением времени вся поверхность покроется этими точками, как в математике говорят, покроется всюду плотно. И тогда, вместо того, чтобы вычислять то среднее во времени, которое нам нужно, мы можем вычи-

слить статистическое среднее между всеми точками, лежащими на поверхности энергии, Это то, что Гиббс назвал микроканоническим множеством, микроканоническим средним. Оно должно заменить собой среднее во времени. Но собственно и эта видоизмененная гипотеза Больтцмана даже не нужна. Можно показать, что и в тех случаях, когда эта кривая не покрывает всю поверхность везде плотно, именно когда она описывает замкнутую линию, все же средняя по времени тех функций, которые мы можем наблюдать, равняются статистическому среднему микроканоническому, т.-е. статистическому среднему такого множества, распределенного равномерно по всей поверхности энергии. Таким образом можно утверждать с уверенностью, что мы имеем полное право заменить вычисление среднего во времени вычислением среднего статистического и таким образом доказать, что действительно статистическая механика имеет под собой совершенно прочное незыблемое основание.

Для решения практических проблем недостаточно того что сказано до сих пор, недостаточно потому, что оперировать с таким микроканоническим средним, когда изображающие точки равномерно распределены по поверхности энергии, очень трудно. Тут нужно преодолеть очень большие, почти непреодолимые математические трудности. Поэтому является потребность заменить микроканоническое множество каким-нибудь другим, относительно которого мы могли бы утверждать, что среднее значение наших функций будет достаточно мало отличаться от средних микроканонических. С другой стороны это множество должно быть такое, чтобы с ним было удобно оперировать, чтобы не приходилось наталкиваться на непреодолимые трудности. Здесь есть некоторый логический скачек, это то место статистической механики, которое может возбуждать наибольшие сомнения. Если все-таки мы верим в то, что поступаем правильно, то это пожалуй главным образом основано на том, что мы получаем правильный результат, хорошо подтверждающийся опытом. Опыт—высший критерий, высший авторитет, который для нас физиков существует. Так вот, это микроканоническое множество заменяют для практических вычислений, так называемым, множеством каноническим. Каноническое множество—это нечто совершенно иное. Здесь то множество точек, которые мы изображаем, не расположено на одной поверхности пространства фаз, а по всему пространству непрерывно. Мы говорим о плотности точек в пространстве фаз. Все пространство фаз заполнено точками с известной плотностью. Каноническое множество аналитически характеризуется так: мы предполагаем, что плотность в пространстве фаз выражается такой величиной: $Ce^{-\frac{E}{kT}}$ где

e—основание натуральных логарифмов, C и k—постоянные, E—энергия системы, T—абсолютная температура. Координаты нашего пространства входят только в энергию. Энергия системы зависит от положения атомов в пространстве и от их скорости. Таким образом это некоторые функции от координат и импульсов нашей системы. Если мы знаем координаты и импульсы то для каждой данной точки, для каждого данного значения координат и импульсов мы можем определить плотность, с которой эти точки заполняют эту часть пространства. С таким каноническим распределением мы и оперируем в статистической механике. Когда нам нужно решить какую—нибудь задачу в статистической механике, мы всегда прибегаем к этой формуле. С ней оперировать сравнительно легко. Если у нас энергия не зависит слишком сложным образом от координат и скоростей, тогда это такая функция, с которой можно все проделать, что практически нужно. Эта функция вероятно напоминает вам тот закон, про который говорил А. К., именно закон кинетической теории газов. Мне нужно оттенить разницу, а разница очень большая, задачи совершенно различные. Здесь мы рассматриваем нашу систему как нечто целое. Мы можем рассматривать один и тот же газ обоими методами—и методом статистической механики и методом старой кинетической теории газов. Когда мы рассматриваем методом статистической механики, то мы рассматриваем газ как нечто целое. Все молекулы газа представляют нечто нераздельное целое, и только для изучения этого газа мы ввели такое искусственное построение: множество экземпляров этого газа во всех возможных его состояниях и задаем себе вопрос: как точки, характеризующие экземпляры газа распределяются по пространству фаз? В другом же случае мы имеем нечто совершенно иное. Мы рассматриваем газ в одном экземпляре, никакого множества изображающих точек мы не вводим, у нас есть только один реальный газ, но в этом газе очень много атомов, очень много молекул и мы спрашиваем: как часто среди молекул этого газа будут попадаться такие, которые обладают заданной скоростью? Вы видите, это совершенно различный подход к делу. В одном случае—в кинетической теории газов—вы рассматриваете один экземпляр нашего газа, но рассматриваете множество атомов и выделяете известную группу атомов и спрашиваете: как часто встречаются группы, которые обладают известной скоростью? А здесь, в статистической механике, нечто иное. Вы представляете себе бесконечное множество экземпляров этого газа и спрашиваете: как часто среди этого множества встречаются экземпляры нашего газа, которые обладают известными свойствами? Очень важно размежевать два способа трактовки одного и того же вопроса.

Спрашивается теперь—которая трактовка общее и следует ли одна из другой или обратно. Тут можно определенно сказать, что трактовка статистической механики более обща, из ее формулы можно вывести и формулу кинетической теории газов, но никак не наоборот, —из формулы кинетической теории газов формула статистической механики не следует. Это более общий подход к вопросу. Оно естественно, потому что этот метод родился именно тогда, когда выяснилось, что более частным методом кинетической теории газов, другие, более сложные, проблемы разрешены быть не могут. Явилась потребность более общего метода, каким и является метод статистической механики.

Я, пожалуй, повторю весь ход мысли, которым мы пришли к этому решению. Значит перед статистической механикой, перед термодинамикой, стоит задача—нужно найти среднее значение во времени некоторых функций, которые очень быстро колеблются, так быстро, что эти колебания не являются для нас реальными, мы не можем их наблюдать. Напр. давление газа, есть среднее значение быстро изменяющейся функции. Но эту среднюю во времени мы не можем вычислить. Значит нужно искать какой—нибудь другой путь. И вот статистическая механика указывает такой путь: вычисление этой средней во времени заменяется вычислением статистического среднего. Берется множество экземпляров этого газа и некоторые функции для этого множества. Можно показать, что средняя во времени равняется средней микроканонической, т. е. средней такого множества, где все изображающие точки расположены на поверхности энергии в пространстве фаз. Но так как с этим множеством оперировать трудно, то это множество приходится заменить другим, каноническим множеством. Относительно этого канонического множества мы можем показать, что во многих интересующих нас проблемах средняя каноническая очень мало отличается от средней микроканонической, но все же вполне строго обосновать этого последнего шага мы не можем и главной опорой является опыт. Этой формулой и приходится пользоваться. Ею решалось очень много вопросов. Писать формулы подробно мне не хочется, это займет много времени, но продуктивность этого метода не подлежит никакому сомнению.

Несколько слов нужно еще сказать об одном осложнении, которое возникло в применении кинетических теорий. Оказалось, что не всегда можно применять эти формулы, не всегда получаются правильные результаты. Именно было обнаружено до сих пор необъяснимое явление квантов. Это явление квантов сначала было истолковано так, что энергия не может принимать все значения непрерывно, а что энергия может изменяться только известными квантами, только скач-

ками. Тогда мы не можем заполнять наше пространство фаз сплошь точками. Тогда у нас получается, что точки должны быть расположены на поверхности энергии, но что эта поверхность будет не одна, а мы должны взять целый ряд их. Такого рода представление приходилось вводить в статистическую механику когда, приходилось вычислять свойства тел при низких температурах, потому что там это явление квантов играет значительную роль. Но это осложнение не такое существенное. Аналитически это большого нового затруднения не вводит, только там где раньше у нас пространство фаз заполнялось сплошь,—теперь заполняется слоями, получается слоистое множество. Но когда это слоистое множество распределено таким образом, оперировать с ним можно.

Прежде чем закончить свой доклад, мне интересно все-таки сравнить этот метод статистической механики с теми методами статистики, которые применяются в общественных науках. Это нечто совершенно иное и только отчасти родственное. Как здесь обстоит дело, в статистической механике? Мы знаем закон, по которому движутся наши точки. Раз закон этот мы знаем то и дифференциальные уравнения мы знаем. Но мы должны все-таки прибегать к таким статистическим изображениям, потому что нам неизвестны некоторые привходящие условия. Но это не столь важно, важно что все законы движения нам известны и с ними прежде всего мы должны считаться. Вся статистическая механика не имела бы веса, если бы мы не считались с этими законами. Статистическая механика есть настоящая механика, потому что в основе ее лежат законы механики. В общественных науках эти законы не так хорошо известны, таким образом базироваться на законах там не приходится, там приходит на помощь другое. Там можно наблюдать и сравнивать более детально, там можно индивидуализировать, наблюдать каждый атом. Здесь мы каждый атом наблюдать не можем. Так что преимущество в общественных науках то, что там индивидуальные акты можно регистрировать, применять статистический метод и выводить известные законы. Здесь ход иной. Здесь законы нам известны, их мы кладем в основание, но затем наблюдать так детально, собирать большой материал, обрабатывать его, мы не можем.

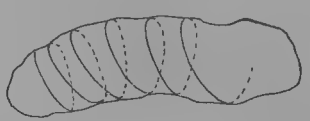


Рис. 1.

Статистический метод в астрономии.

В. А. Костицын.

1. Всевозможные применения теории вероятностей неизбежны в астрономии, как во всякой описательной или полуописательной науке, но не в них заключается значение статистического метода в астрономии, а в тех важных для нашего мировоззрения выводах, которые он позволяет сделать относительно строения вселенной.

За истекшее столетие и в особенности за истекшее двадцатилетие произошло коренное изменение задач небесной механики. Всем известны слова Лапласа [1]): „Таким образом, мы должны рассматривать настоящее состояние вселенной как следствие ее предыдущего состояния и как причину последующего. Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же, как и прошедшее, предстало бы перед его взором".

Этот научный идеал Лапласа явился результатом его работ по небесной механике, завершающих собою большой период в развитии науки. Небесная механика того времени была механикой солнечной системы, представляющей собою сравнительно простой и редкий случай: огромное по массе центральное тело, вокруг которого обращаются на больших расстояниях почти в одной плоскости сравнительно мелкие спутники, при чем все массы притягивают друг друга по закону Ньютона. Известно, что даже в такой простой постановке задача многих тел представляет огромные трудности, и прав был Борель, когда во вступлении к одному из своих курсов в Сорбонне иронически воскликнул: „Мы собираемся с вами изучать теорию функций большого числа переменных. Но что значит большого

[1]) Лаплас. Опыт философии теории вероятностей, пер. А. К. Власова.

числа? Вот, в небесной механике, как в счете дикарей, много для нас уже равно трем". Действительно, эта проблема представляет огромные аналитические трудности. и хотя ее частный случай—проблема трех тел—в наши дни получил теоретическое решение, однако, трудности этого решения настолько велики, что до сих пор ни одна конкретная проблема небесной механики не была обработана новыми методами: „я был бы особенно счастлив,—говорит Андуайе, [1]) увидев хоть раз применение современных глубоких и прекрасных теоретических изысканий к изучению частной проблемы, выражаемой просто и определенно, но в которой уже можно найти все аналитические затруднения, характеризующие проблемы небесной механики". Точно также, если задачи динамики многих тел сводить к задаче движения точки в пространстве многих измерений, выше трех измерений нам уже не хватает геометрической интуиции, а мы знаем, что для полного понимания соотношений в пространстве трех измерений знания геометрии двух измерений недостаточно.

Однако, несмотря на всю трудность задачи многих тел, для солнечной системы эта задача ставится в настолько упрощенном виде, что имеется возможность ее практического решения с точностью далеко превосходящей потребности астрономов—наблюдателей. В самом деле, указанные нами выше характерные черты солнечной системы, эта упорядоченность движений, исключающая возможность сколько нибудь тесных сближений тел, значительно облегчают определение орбит и предсказание движений планет на значительные сроки. Трудности этих вычислений огромны, но все усилия математиков XVIII века были направлены на их преодоление и с таким успехом, что Лаплас мог с полным основанием надеяться на решение всех задач естествознания по этому типу. Во всяком случае, все задачи естествознания к этому типу сводятся, и по мнению Лапласа, именно к нему их и следует сводить.

2. С тех пор, однако, выяснилась совершенная необходимость иной постановки вопроса о движениях небесных тел. Огромный материал, собранный относительно звездных расстояний, величин и движений, заставил отказаться от исследования орбит отдельных звезд, и при том не только благодаря аналитическим трудностям, а благодаря фактической невозможности предусмотреть все возмущающие движение причины. В самом деле, представим себе пространство, в котором рассеяны звезды, притягивающие друг друга по закону Ньютона. Пусть они образуют некоторое

[1]) H. Andoyer—Sur un problème simple de mécanique céleste (Bull. de la Soc. Math. de France, t. LII, p. 1).

скопление, неравномерное и неправильной формы. Совокупное притяжение всего скопления выразится в виде некоторого потенциала тяготения, обладающего следующими свойствами: пока звезда, движение которой мы изучаем, находится достаточно далеко от любой из звезд скопления, потенциал будет непрерывной и конечной функцией, и орбита звезды будет сравнительно просто определяться. Особенно просто она определялась бы, если бы все звезды, входящие в состав скопления, были неподвижны. Однако, они движутся, и при сколько-нибудь неправильном строении скопления потенциал оказывается функцией и от времени, что очень усложняет задачу. Благодаря этому траэктория звезды уже не будет походить на орбиты планет в солнечной системе, а скорее будет напоминать кривые Лиссажу, и если скорость звезды не выше того предела, при достижении которого все притяжение скопления не в состоянии ее удержать, то в конце концов внутри скопления не будет места, через которое траэктория не прошла бы или к которому она не лежала бы достаточно близко. Иными словами, в звездных скоплениях неизбежны столкновения или сближения звезд.

Последствия этих сближений будут существенно отличаться от последствий столкновений в кинетической теории газов. Там частицы рассматриваются как абсолютно—упругие тела, и при столкновении не происходит потери живой силы; количество движения также не меняется. Здесь при прямом столкновении звезды ведут себя как абсолютно—неупругие тела; при очень большом сближении в них поднимаются огромные приливные волны и возбуждаются вибрации, могущие захватить всю массу звезды; таким образом, как при прямых столкновениях, так и при очень больших сближениях происходит убывание и кинетической энергии и количества движения; и только при более далеких сближениях происходит приблизительно то же самое, что и при ударе упругих частиц: изменение скоростей по величине и направлению при сохранении живой силы и количества движения. Таким образом движение отдельной звезды мы могли бы предсказать лишь до ее ближайшего столкновения или полустолкновения с другой звездой. Для того, чтобы предсказать, что будет далее, мы должны знать физическую природу как самой звезды, так и того тела, с которым она сблизится. Нечего и говорить, что таким знанием мы не обладаем и вероятно очень долго не будем обладать. Поэтому изучение движения отдельной звезды можно провести лишь до ее очередного сближения с другою звездою, сближения, которое рано или поздно наступит.

3. Естественным выводом из приведенных соображений является необходимость применения статистического метода.

к изучению звездных систем и распространения на Вселенную законов статистической механики. Однако, против этой естественной и простой точки зрения выдвигались и продолжают выдвигаться возражения, главным образом вытекающие из стремления строить звездные системы по образцу солнечной системы. Мы уже говорили, что в этой последней образующие ее тела могут неопределенно долго продолжать свои движения, не входя в столкновения и не сближаясь сколько-нибудь заметно. Эта гармония солнечной системы, прообраз „предустановленной гармонии“ Лейбница, сильно поражала умы исследователей и наводила на мысль об упорядоченности движений и в звездных системах. Иерархия небесных тел в солнечной системе—спутники, планеты, солнце—требовала продолжения вверх. По мысли Ламберта, каждая звезда является членом системы высшего порядка и обращается вокруг некоторого центрального тела, по сравнению с которым Солнце так же мало, как Земля по сравнению с Солнцем. Из этих систем высшего порядка слагается Млечный Путь, который в свою очередь является членом системы еще более высокого порядка и так далее без конца. Под влиянием идей Ламберта поисками центрального солнца нашей звездной системы занимались до конца XIX века [1]). В настоящее время наука уже отказалась от этих гелиоморфических аналогий, и хотя об иерархии звездных систем говорить приходится, но строится она на совершенно иных основах.

Есть целый ряд фактов, говорящих против той упорядоченности движений, которая вытекала бы из существования центрального солнца нашей звездной системы. Возьмем наиболее хорошо нам известный уголок вселенной—ближайшие окрестности нашего Солнца. Если бы движения звезд зависели от некоторого центрального Солнца, то скорости звезд должны были бы обладать известной одинаковостью, если не по величине, то по направлению. На самом деле нет ничего подобного. Скорости двадцати ближайших к Солнцу звезд с расстояниями не превышающими пяти парсеков [2]) по величине расположены без всякого порядка между 13 и 300 кл., а направления их также распределены произвольно. Самый факт существования скорости в 300 км. в секунду необ'ясним, если стать на точку зрения упорядоченной звездной системы с центральным Солнцем. В самом деле, если бы оно находилось на расстоянии всего пяти парсеков, то масса его должна была бы превышать массу Солнца в 120 миллионов раз, и так как это

---

[1]) См. например, Ch. André Traitè d'astronomie stellaire, (1900), где этому вопросу отведено довольно большое место.

[2]) Парсек—единица звездных расстояний, равна приблизительно 3.10^{13} км. и соответствует расстоянию звезды с параллаксом равным секунде.

расстояние не может быть меньше 50 парсеков, то масса центрального Солнца значительно превышала бы всю массу Млечного Пути. Небесное тело таких размеров и на таком близком расстоянии, конечно, проявляло бы свою мощь гораздо ощутительнее.

С другой стороны, мы знаем звездные группы, звездные скопления, построенные совершенно на иных основаниях, чем солнечная система. Приблизительно одна треть всех звезд является двойными звездами, и вероятно это число со временем, когда мы будем лучше знать звездный мир, значительно повысится. Затем мы знаем кратные звезды, в которых массы составляющих приблизительно одного порядка. От кратных звезд естественный переход к звездным скоплениям, при чем оказывается, что в окружающем Солнце пространстве находится одновременно несколько звездных скоплений, которые проносятся одно через другое с огромными скоростями, почти не оказывая друг на друга влияния. Так, Сириус принадлежит к скоплению Большой Медведицы, и в пространстве между ним и Большой Медведицей имеется много звезд, не принадлежащих к этому скоплению. Можно думать, что члены движущихся скоплений, насчитывающих несколько десятков, а быть может несколько сот звезд, возникли из разных ядер одной и той же туманности и движутся, сохраняя ее первоначальную скорость. Вероятно, расстояния составляющих раньше были значительно меньше, и помимо общей скорости скопление обладало некоторыми внутренними движениями. Однако, расшатывающее действие других тел Млечного Пути постепенно увеличило расстояния между звездами скопления, и единственной связью между ними осталась лишь общая скорость, которая постепенно также нарушится, и тогда звездное скопление можно будет считать распавшимся. Изучение звездных скоростей показывает, что число ясно выраженных звездных групп должно быть значительно и что еще более значительно число групп распавшихся. Таким образом, иерархия звездных систем существует, но она имеет совершенно не тот характер, как у Ламберта, и число звезд, утративших связь со своими группами, должно быть гораздо больше, чем звезд в группах. Вместо организованных движений мы имеем хаос, рано или поздно поглощающий всякую организованную группу звезд, которая в него попадает.

4. Мы видим, что от изучения движений отдельных звезд переход к их статистическому изучению действительно неизбежен. Кинетическая теория газов показывает, что в результате сближений частиц в газе устанавливается, так называемое Максвеллевское распределение скоростей. Может ли иметь место что-либо подобное для звездной системы? Ответ зависит от среднего свободного пробега звезды внутри

системы и затем от того, успевает ли звезда за время существования системы иметь несколько сближений. Теоретический ответ на этот вопрос различными исследователями давался различный, и например Эддингтон утверждал, что звездную систему можно сравнивать лишь с очень разреженным газом, для которого закон Максвелля неприменим. Совсем недавно это же мнение выражал Нернст [1]), и по иронии судьбы почти одновременно с его работой появилось исследование американского астронома Сирес (Seares), подтверждающее возможность применения закона Максвелля и к звездным системам. Подвергнув обстоятельному статистическому исследованию весь материал относительно звездных движений и звездных масс, он пришел к выводу, что звезды различных масс обладают в среднем различными скоростями, при чем соблюдается закон равнораспределения энергии, непосредственно вытекающий из закона Максвелля. Вместе с тем он показал, что прав был Гальм, об'яснявший различием масс различие средних скоростей звезд различных спектральных типов. Пользуясь различными косвенными методами, Сирес нашел средние массы звезд различных спектральных типов. Помножив их на квадраты соответствующих средних скоростей, он нашел приблизительно одно и то же число, чем вполне подтверждалось равнораспределение энергии в звездной системе. Тот же результат можно получить иным путем—изучением ближайших к Солнцу звезд; если мы эти звезды разделим на две группы по массам, то средняя скорость более тяжелых звезд будет значительно меньше, чем средняя скорость более легких звезд.

Таким образом, в нашей звездной системе имеет место равнораспределение энергии. Кинетическая теория газов говорит, что это возможно тогда, когда система или находится в стационарном состоянии или близка к нему, или же изменения распределения звезд в ней происходят так медленно, что состояние ее можно считать стационарным. Во всяком случае, продолжительность существования отдельной звезды должна быть очень мала по сравнению с продолжительностью существования системы, и об одновременности возникновения всех наблюдаемых нами небесных тел не может быть и речи. Звезда может проделать все фазы своего развития от клочка туманности и быть может до клочка туманности, а за это время изменения системы в целом будут ничтожны. Является вопрос, как согласовать это почти стационарное существование звездной системы с законом энтропии, нарушением которого оно является. И конечно возникают все неизбежные вопросы о начале вселенной и об ее конечных судьбах.

---

[1]) Нернст Мироздание в свете новых исследований.

5. Первый вопрос—возможно ли такое неопределенно долгое существование системы, нет ли причин, коренящихся в ней самой и вызывающих ее распадение и гибель. Прежде всего нужно указать столкновения и сближения звезд. По закону Максвелля их скорости будут группироваться около некоторой средней; однако, какую бы большую скорость мы ни взяли, всегда не исключена возможность, что она рано или поздно будет достигнута одной или несколькими звездами: для этого будет достаточно нескольких соответственно подобранных сближений, а теория вероятностей показывает, что вероятность таких скоростей ничтожна, но не бесконечно мала.

Возьмем, как пример, звездное скопление шарообразной формы, состоящее из миллиарда звезд со средней массой равной массе Солнца; пусть радиус скопления будет равен 1000 парсекам, т. е. приблизительно трем тысячам световых годов. Плотность распределения звезд в этом скоплении в среднем будет равна плотности распределения звезд в ближайших окрестностях Солнца. Предельная скорость, при которой звезда не может быть удержана всем притяжением скопления, будет равно приблизительно 90 км. Предположим, что средняя скорость звезд в этом скоплении будет равна скорости перемещения Солнца по отношению к нашей звездной системе, т. е. 20 км. Тогда число звезд, могущих обладать скоростью выше 90 км. в секунду, будет не больше десятка. Если же средняя скорость звезд скопления будет равна 45 км., то число звезд со скоростью выше 90 км. будет составлять около 4,5% всего числа звезд, следовательно будет уже относительно велико. Звезды, обладающие этими огромными скоростями, могут считаться потерянными для системы, если средний свободный путь соразмерен ей. Во всяком случае они потеряны, если находятся во внешних слоях. Таким образом скопление будет постепенно рассеиваться в пространстве, при чем большая или меньшая быстрота этого процесса будет зависить от отношения средней скорости звезд скопления к предельной скорости, при которой звезда перестает принадлежать к данному скоплению, и от среднего свободного пути. Это соотношение можно называть мерою кинетической неустойчивости скопления.

Предположим, что скопление имеет не шарообразную форму, а напоминает, например, сплюснутый эллипсоид вращения. Очень простые механические соображения показывают, что на поверхности эллипсоида предельная скорость будет больше у полюсов, чем у экватора, и следовательно на экваторе кинетическая неустойчивость будет больше, чем у полюсов. Дело будет обстоять как раз наоборот, если эллипсоид будет вытянутым эллипсоидом вращения: тогда

на экваторе эллипсоид будет устойчивее, чем у полюсов. Отсюда легко видеть, что всякая крупная неправильность формы усиливает кинетическую неустойчивость, и так как в таких местах потеря звезд скоплением идет быстрее, то всякая крупная неправильность формы имеет стремление усиливаться. При этом легко видеть, что в виду закона равнораспределения энергии более мелкие тела будут двигаться в среднем быстрее и потому для них кинетическая неустойчивость системы будет больше.

Пока мы говорили только о таких сближениях, при которых не происходит сколько-нибудь значительной потери живой силы и количества движения. Предположим теперь, что звезды проходят друг от друга достаточно близко, чтобы возбудить одна в другой приливные волны, вибрации, или даже прямо сталкиваются с частичным или полным превращением в туманность. При этом значительная часть кинетической энергии сближающихся тел переходит в другие формы энергии. Если внешняя форма системы сколько-нибудь напоминает сферическую, и распределение звезд симметрично по отношению к центру скопления, то в результате таких сближений происходит постепенное приближение масс к центру, постепенное увеличение центральной плотности скопления. Если форма напоминает эллипсоидальную, то происходит постепенное приближение масс к главной плоскости—экватору системы. Таким образом, столкновения и тесные сближения ведут к уплотнению и уплощению системы. Наконец, если в системе есть легкое преобладание скоростей параллельных некоторой плоскости, столкновения и тесные сближения поведут к уплощению системы в этой плоскости, и неправильная по форме совокупность звезд превратится в уплощенное чечевицеобразное тело, обладающее некоторым вращением. Легко себе представить, что по мере уплощения система будет терять устойчивость, и в ней образуются известные линии деления в виде концентрических кругов или ветвей спирали. Кроме того мы видели, что уплощение усиливает кинетическую неустойчивость системы, и как бы медленно ни шли оба процесса—уплощение благодаря тесным сближениям и рассеяние в пространстве благодаря полустолкновениям, рано или поздно они приведут к распадению системы, к ее разложению. И тут можно спросить себя: если вселенная бесконечно—велика и существует бесконечно давно, почему в ней еще существуют организованные звездные системы.

6. Этот вопрос тесно связан с вопросом о формах, которые материя принимает во вселенной. Прежде всего мы видим звезды. Иследование зведных масс показало замечательный факт, что несмотря на очень большие различия по массе между отдельными звездами, имеется очень немного

звезд с массой меньше одной десятой солнечной массы или больше десяти солнечных масс. Повидимому, для звездных масс, как и для звездных скоростей, имеется некоторый закон распределения, по которому огромное большинство звезд группируется около некоторой средней массы, и лишь очень немногие переходят за верхнюю или нижнюю границы. По отношению к звездам со слабой массой это явление можно было бы об'яснить подбором звезд по яркости, при чем слишком слабые звезды ускользают от нашего внимания. Но почему так мало очень крупных звезд?

Довольно удовлетворительное об'яснение дается гипотезой Эддингтона, по которой не всякая газовая или метеоритная масса может превратиться в светящуюся звезду: слишком малые массы не могли бы разогреться настолько, чтобы стать светящимися, слишком большие массы были бы неустойчивы, так как внутреннее световое давление уравновешивало бы силу тяжести, и звезда при малейшем нарушении ее равновесия превращалась бы снова в туманность. Таким образом, наряду со звездами в пространстве должны находиться огромные газовые светящиеся или темные массы и небольшие темные тела или скопления метеоритов. Существование первых нам хорошо известно; что же касается до вторых, то здесь пока кроме предположений ничего нет. А между тем, чрезвычайно важно было бы установить, является ли междузвездное пространство действительно пустым или же в нем обильно рассеяны мелкие и крупные темные тела, космическая пыль, скопления метеоритов.

Начнем с крупных тел звездных размеров. Если мы проследим жизнь отдельной звезды, от начального метеоритного роя достигающей блеска звезды типа А и затем постепенно клонящейся к упадку, ее конечную судьбу можно себе представить как неопределенно долгое странствие в мировом пространстве в виде темного тела. „Неопределенно долго" это значит до тесного сближения с какой-нибудь темной или блестящей массой. При этом сближении произойдет пробуждение звезды к жизни на счет кинетической энергии обоих звезд. Если звездная система существует неопределенно долго, то средняя продолжительность жизни звезды равна среднему времени свободного пробега, т.-е. среднему промежутку времени между двумя тесными сближениями. Отношение среднего времени жизни звезды в яр ком состоянии к этому среднему времени свободного (без тес ных сближений) пробега и даст нам пропорцию светящихся звезд среди небесных тел. Элементарные подсчеты показывают, что эта пропорция должна быть чрезвычайно мала, и следовательно число темных небесных тел должно значительно превышать число светящихся. Является сильное искушение считать звездную систему, находящейся в

своего рода статистическом равновесий. Однако против этого можно выдвинуть два возражения. Во первых, равновесия здесь не будет. Кинетическая энергия системы благодаря тесным сближениям убывает, переходя в тепловую энергию, и не имеется источников для пополнения этой потери. Средняя скорость звезд также убывает, и для возрождения погасших звезд становятся необходимыми все более и более тесные сближения. Наконец, тепловая энергия, получающаяся при тесном сближении или столкновении, далеко недостаточна, чтобы обеспечить нормальное существование звезды. Таким образом должна происходить постепенная деградация как системы в целом так и составляющих ее звезд. Чтобы система могла избежать тепловой смерти, необходимо, чтобы имелся источник пополнения кинетической энергии системы, и чтобы излучаемая звездами энергия имела какое-то другое происхождение.

7. Мы подходим к вопросу о междузвездной среде и об ее взаимоотношениях с междусистемной средой. Мы уже говорили о более крупных телах и огромных газовых и метеоритных туманностях. Кроме них в междузвездном пространстве должны блуждать и мелкие тела; можно думать, что часть комет и метеоритных роев именно космического происхождения, и из статистики падающих звезд можно было бы вывести приблизительную оценку плотности распределения вещества в междузвездном пространстве. Не трудно показать, что для об'яснения огромных скоростей некоторых звезд единственно притяжением системы нам пришлось бы допустить такую большую плотность распределения вещества в пространстве, которая не вязалась бы ни со статистикой метеоритов, ни со сравнительной прозрачностью пространства.

И так, предположим, что значительное количество космических материалов рассеяно в междузвездном пространстве и принадлежит к нашей звездной системе. Как отзовется на их распределении в пространстве и скоростях закон Максвелля и вытекающее из него равнораспределение энергии? Прежде всего, очевидным следствием закона Максвелля является, что чем меньше масса частицы, тем более для нее шансов приобрести скорость больше предельной и удалиться из системы. Тот процесс рассеяния в пространстве, о котором мы говорили выше, прежде всего коснется более мелких членов системы. Благодаря ему, междузвездное пространство в конечном счете окажется выметенным. Часть космических материалов уйдет из пределов системы, а часть пойдет на увеличение более крупных масс. Таким образом, если звездная система существует достаточно долго, в ней трудно ожидать присутствия значительных количеств мелких тел; наоборот, извне она должна

быть окружена как бы атмосферой из космической пыли, Наряду с этим в пространстве должно блуждать большое количество отдельных атомов, электронов, изгоняемых атмосферами небесных тел благодаря столкновениям частиц или благодаря лучевому давлению. Мы приходим к мысли, что если только вселенная существует достаточно долго. пространство между отдельными звездными системами—„островными вселенными"—не может быть пустым. Оно представляет собою скорее некоторую своеобразную междусистемную среду, хаос, состоящий из обломков и отбросов всякого рода и существующий рядом с организованными частями вселенной—Млечным Путем и подобными ему образованиями. Мы уже видели, что существует большое количество путей для превращения организованной материи в хаос и трудно было бы указать хоть один обратный путь от хаоса к организованной материи. С этой точки зрения существование Млечного Пути является чудом, если только не стать на статистическую точку зрения.

Естественно спросить себя, не представляют ли собою организованные части вселенной лишь местные, временные нарушения ее общего статистического равновесия? Простые соображения теории вероятностей показывают, что такие нарушения будут иметь место; они будут чрезвычайно редки и малочисленны, но все таки будут. Мы уже раз пытались встать на этот путь, предполагая, что темные звезды являются правилом, а светящиеся исключением, но нашли, что построенная по этому плану вселенная не могла бы находиться в равновесии. Теперь мы спустились на ступеньку ниже и предполагаем, что вселенная есть хаос, состоящий из различных осколков, обломков (метеоритов), а ее организованная часть—случайный сгусток, ряд светящихся островов организованной материи среди необозримых масс темной и неорганизованной материи.

8. Возникновение этих светящихся островов можно очень легко себе представить. Рассмотрим хаос, как мы определили его, т.-е. пространство, в котором носятся различные космические материалы, начиная от электронов и кончая сравнительно крупными телами. Этот хаос находится в статистическом равновесии, т.-е. движения его частиц в среднем удовлетворяют закону Максвелля, и плотность распределения вещества в пространстве в среднем постоянна. Однако, местные неравномерности будут иметь место, и достаточно, чтобы неравномерность в распределении масс совпала с неравномерностью в распределении скоростей для того, чтобы вызвать местный процесс организации вещества. В этом отношении особенный интерес представляют вихревые движения благодаря их механическим особенностям, а именно несколько большей прочности. Предположим,

что случайно совпали местный вихрь и местное уплотнение. Образуется вихревая клетка, постепенно обособляющаяся от остальной среды, постепенно уплотняющаяся. Сначала это будет метеоритная туманность, которая превратится в ряде мест в газовую туманность, а далее пойдет образование из последней звезд или звездных групп. Дальнейший путь развития совершенно ясен. Возникнет звездная система, которая будет существовать неопределенно долгое время, пока рассеяние в пространстве не вернет ее хаосу, а за это время в других местах хаоса будут организовываться другие звездные системы.

Мелкие космические материалы, принадлежащие самой системе, будут отчасти выбрасываться из нее, отчасти поглощаться более крупными телами. Взамен их из междусистемного пространства будут поступать новые космические материалы. Однако, лишь незначительная часть их пойдет на пополнение убыли, на питание организма системы. Дело в том, что относительные скорости звездных систем огромны—порядка нескольких сот километров. Если такова же и скорость Млечного Пути по отношению к тем облакам космических материалов, через которые он проходит, то им будет усваиваться лишь ничтожное количество этого питательного вещества, хотя быть может и достаточное для пополнения убыли и для отсрочки неизбежной гибели на неопределенное время. Таким образом, звездную систему, как наш Млечный Путь, можно сравнивать с организмом, плывущим в безбрежном мировом океане и получающим питание из окружающей среды. Однако, с энергетикой и обменом веществ в этом организме, как мы сейчас увидим, не все обстоит благополучно.

9. Звезды, составляющие систему, излучают огромное количество энергии, которая лишь частично задерживается в системе и почти вся уходит во внешнее пространство. Нам неизвестен источник, из которого звезды берут излучаемую ими энергию, но очень простые соображения дают возможность осветить этот вопрос. Этим источником не может быть механическая энергия сжатия туманности. Подсчеты, произведенные для нашей солнечной системы, показали, что этого источника не хватило бы даже на время геологической истории земли, т.-е. на время после образования земной коры. Обычные химические процессы также не являются достаточным источником по тем же причинам. С другой стороны, у нас есть некоторые косвенные указания, что этим источником может быть сама материя, образующая звезду. Припомним открытое Сиресом равнораспределение энергии между звездами различных спектральных классов. Из него непосредственно вытекает, что чем моложе звезда, тем она массивнее, при чем разница в массах между различными

спектральными типами слишком велика, чтобы ее можно было об'яснять влиянием отбора. В самом деле, средние массы звезд различных спектральных типов по отношению к Солнцу таковы:

Спектр	B_0	B_5	A_0	A_5	F_0	F_5	G_0	G_5	K_0	K_5	Ma
Ср. масса	10	8,3	6,0	4,0	2,5	1,5	1,0	0,76	0,68	0,62	0,59.

Из этой таблицы следует, что если верхний ряд означает различные стадии эволюции, проходимые звездами, то нижний с несомненностью указывает на убыль массы звезды с возрастом. Эту потерю массы трудно отнести на счет того процесса кинетического расширивания, который нами был обрисован в большом масштабе по отношению к звездной системе. Ее можно было бы об'яснить явлением поглощения тяготения, открытым итальянским физиком Маджорана, (Majorana), но пока это открытие не подверждено другими экспериментаторами. Возможно, наконец, что звезда излучает энергию на счет своей массы, т.-е., что на звезде происходит в грандиозных размерах процесс распада вещества, быть может, напоминающий радиоактивный процесс. Этот распад, начавшись, уже не может остановиться и будет продолжаться, пока не будет потреблено и превращено в энергию все вещество звезды. Можно думать, что начаться этот процесс может только тогда, когда благодаря сжатию температура звезды во внутренних частях достигает той критической температуры, при которой атом теряет свою устойчивость, и начинается его распад.

Допустим временно эту гипотезу, и посмотрим, как можно ее согласовать с той продолжительностью жизни звездных систем, о которой мы говорили выше, и которая должна значительно превышать продолжительность жизни отдельной звезды. Не противоречит ли она нашему представлению о стационарном состоянии вселенной? Ведь звездная система, построенная как наш Млечный Путь, если бы она состояла из звезд, излучающих как наше солнце, за десять триллионов лет потеряла бы всю свою массу. Откуда же пополняется эта огромная потеря? Конечно, отчасти ее могут возместить туманности. Газовые и метеоритные, светящиеся и темные туманности занимают огромные пространства в Млечном Пути, и нет сомнения, что их масса должна быть очень значительна; мы знаем светящиеся туманности, не связанные с звездами, знаем туманности прямо связанные с звездами, как туманность в Плеядах, знаем огромные туманные облака и знаем совершенно темные туманности, поглощающие свет расположенных за ними звезд. Можно думать, что их значение в жизни Млечного Пути не исчерпывается тем, что это запас материи образования звезд. Несомненно, что они поглощают часть проходящей через них

энергии, и возможно, что эта часть иногда очень велика. Возможно также, что они поглощают и поступающие извне космические материалы, являясь в экономии Млечного Пути как бы конденсаторами материи и энергии. Аррениус думает даже, что действие этих конденсаторов вполне обеспечивает все жизненные потребности Млечного Пути, но с этим вряд ли можно согласиться. Не нужно забывать, что пока мы имеем только односторонний процесс: распад материи и превращение ее в энергию. Туманность может конденсировать энергию, но в виде энергии же, и трудно представить себе процессы, которые в туманностях переводили бы обратно энергию в материю. Таким образом, мы подходим к вопросу о происхождении материи и о взаимоотношениях ее с энергией и эфиром.

10. В известном этюде Оствальда „О преодолении научного материализма" преодоление усматривается в возможности считать материю одним из видоизменений энергии. Так как для философов школы Оствальда слово энергия означает лишь возможность ставить знак равенства в физических уравнениях между разнородными величинами, легко понять, какое ликование было среди них, когда впервые заговорили о дематериализации материи. Однако, в наши дни этот вопрос имеет несколько другой вид. Если материя дематериализировалась, то энергия несомненно материализировалась. Точно также с ликованием выбрасывался из науки десять лет тому назад эфир, который снова ожил и снова признается неизбежным для об'яснения физических явлений. Эфир является носителем колебаний; следовательно его нужно считать упругой средой, по мнению одних непрерывною, по мнению других имеющею зернистое, атомное строение. Эта невесомая среда помимо волнообразных движений может испытывать и всякого рода другие движения, известные в гидродинамике, в частности, вихревые движения, отличающиеся, как мы знаем, большою прочностью. Энергия, излучаемая небесными телами, почти вся теряется в эфире в виде рассеянных колебаний, и можно думать, что количество энергии в эфире должно быть огромно, но она находится в нем в наиболее неудобной форме, и в сущности эту форму ее нужно считать низшей. Нет ни одного места в эфире, которое не испытывало бы колебаний. Естественно является мысль, не может ли местами из этих колебаний возникать более устойчивое движение и не являются ли атомы именно такими местами в эфире. Цепь аналогий этого рода привела Лорда Кельвина к мысли об атоме, как вихре в эфире, тем более, что вихревые шнуры в жидкости обладают способностью притягивать или отталкивать друг друга. Несколько по иному представлял себе взаимоотношения между

атомом и эфиром К. А. Бьеркнес. Им руководила опять таки гидродинамическая аналогия. Пусть в поток жидкости погружены пульсирующие тела; в случае если их фазы приблизительно одинаковы, они притягиваются; если же фазы разнятся приблизительно на половину периода, они отталкиваются; при этом, как притяжение, так и отталкивание обратно пропорциональны квадрату расстояния. Однако, нет никакой необходимости предполагать, что эти тела представляют из себя что-то инородное по отношению к среде. Это могут быть шаровые или эллипсоидальные вихри, пульсирующие или вибрирующие. С математической точки зрения построение такой модели атома или электрона могло бы представить лишь технические, но не принципиальные трудности, и пока дело идет об общих взаимоотношениях, нам безразлично, какой модели атома держаться. Нам важно здесь то, что мы имеем возможность применить теорию вероятностей к вопросу о возникновении таких движений в эфире. В самом деле, мы имеем среду, по которой пробегают в каждый момент волны с самыми разнообразными периодами, фазами и амплитудами; среди тысяч, быть может, миллионов неустойчивых комбинаций этих движений комбинация устойчивая будет в высшей степени мало вероятна, но все-таки ее вероятность не бесконечно мала, и эта комбинация рано или поздно осуществится. Возникшее таким образом местное состояние эфира будет с большей или меньшей скоростью перемещаться и при встрече с другими аналогичными состояниями может образовать с ними более или менее устойчивые соединения. Просуществовав некоторое время, эти состояния эфира будут распадаться, но на их место будут образовываться другие.

Является вопрос о том, где наиболее вероятно образование атомов из эфира. По мнению Нернста оно везде одинаково мало вероятно, но и везде одинаково возможно. Но можно думать, что звезды представляют в этом отношении наиболее благоприятные условия: огромное количество и интенсивность вызываемых ими колебаний эфира увеличивают вероятность образования устойчивых комбинаций. Таким образом, звезда не только разбрасывает свою массу и свою энергию в пространство, но и является горнилом, где творятся новые атомы, и энергия переводится из низших форм в высшие. Поэтому возможно, что на вопрос о продолжительности жизни отдельных звезд и звездных систем ответ будет несколько иным, чем данный выше, и что жизнь звезды не исчерпывается жизнью составляющих ее атомов. В течение гигантской стадии существования поддерживается известное равновесие между потерей и приобретением массы; и возможно даже, что в начале гигантской стадии масса возрастает, затем остается стационарной; с переходом к кар-

ликовой стадии масса убывает, и звезда тает в окружающем пространстве.

Таким образом, видимая нами материальная вселенная является некоторым процессом, протекающим в эфире, некоторым состоянием, распространяющимся в нем, при чем этот процесс не только не противоречит закону энтропии, но наоборот вытекает из тех же соображений о статистическом равновесии, как и закон энтропии. Этим процессом захватывается лишь ничтожная доля эфира и рассеянной в нем энергии. Вместо закона сохранения вещества у нас получается обобщенный закон сохранения энергии, при чем он должен распространяться как на энергию, заключенную в атоме, так и на энергию, рассеянную в эфире. Как правильно говорил философ—скептик в одном из рассказов Фламмариона, вселенная есть лишь облачко, временное замутнение эфира.

11. До сих пор мы не касались вопроса относительно конечности или бесконечности пространства. Допустим, что пространство бесконечно, и что количество деградированной энергии в нем также бесконечно, при чем плотность ее распределения конечна. В этом случае возможно существование как одного замутнения эфира в роде Млечного Пути, так и нескольких и даже бесконечно—многих. И тогда легко себе представить, что эти островные Вселенные могут входить в состав систем высшего порядка, как электроны в состав атомов, атомы в состав молекул, молекулы—в состав известных нам физических тел. Если мир организован по такому плану, его структура напоминает позиционный счет, в котором единицы нисшего порядка, об'единенные в группу, образуют единицу высшего порядка. Если пространство бесконечно, трудно поставить границу для этого образования единиц высших порядков. Что касается до единиц нисших порядков, то здесь пока мы принуждены остановиться на электроне, хотя радиактивные явления как будто указывают на то, что структура атома гораздо сложнее, и что известные нам законы радиоактивности уже являются статистическими законами. Во всяком случае, если мы предполагаем эфир непрерывной средой, нет логических оснований ставить предел для образования единиц нисших порядков. Если же мы предполагаем зернистое строение эфира, то нисшая граница ставится сама собой.

Наоборот, представим себе, что пространство конечно. Тогда в нем содержится конечное количество энергии, и легко можно предположить механизм вселенной построенный так, что обеспечивается его стационарное функционирование. Для того, чтобы избежать возражений, основывающихся на теории вероятностей, нужно предположить, что наиболее вероятное состояние уже достигнуто. Для построения единиц

высшего порядка размеры пространства ставят естественный предел. При этом нужно иметь в виду, что говоря о конечности пространства мы вовсе не говорим о геометрическом пространстве, но о пространстве физическом. В самом деле, возможно, что та часть эфира, в которой расположена наша вселенная, представляет из себя изолированное целое с определенными границами. Для нас тогда физически невозможно проникнуть за эти границы. Нужно заметить, что такого рода пузырь эфира мог бы существовать лишь в случае его непрерывного строения, и зернистая структура поставила бы перед нами вопрос о рассеянии эфира в пространстве.

Таким образом, с космологической точки зрения гораздо легче строить конечный мир, чем бесконечный, хотя для космогонистов последний был выгоднее, чем первый: в бесконечной Вселенной гораздо легче спрятать расходящиеся концы той или другой космогонической гипотезы, чем в конечной, где и требуется и возможен точный учет различных форм материи и энергии.

12. Этот краткий очерк строения вселенной с точки зрения теории вероятностей показывает, какое большое значение имеет проведение до логического конца статистического метода в астрономии. Этот метод дает возможность вскрыть ряд существенных черт мироздания и вместе с тем позволяет оценивать по их действительной ценности многие ходячие гипотезы и утверждения. Я надеюсь в другой работе показать значение статистического мышления и в математической методологии.

Статистический метод в изучении наследственности.

Доклад М. М. Завадовского.

В силу своей специальности и в силу того, что нахожусь в кругу лиц, более меня знакомых с методами статистики, я хочу перенести центр тяжести из области статистики в область биологии. В мою задачу входит: ознакомить присутствующих с исследованиями трех биологов, которые с необыкновенным успехом пользовались элементарными методами статистики в решении биологических проблем.

Еще Дарвин указал, что эволюция возможна благодаря существованию трех явлений природы. Явления эти: изменчивость живых организмов, наследственности и отбор. В самом деле, только в том случае, если отдельные особи в пределах вида вариируют, изменяются, при чем изменившиеся формы могут передать по наследству свои признаки, возможна эволюция. Но по существу и этого еще мало; эволюция возможна только в том случае, если существует какой-то фактор, изолирующий измененные формы от остального населения, т. к. в противном случае измененный „у т о н е т“ в массе неизмененных.

Дарвин подошел к анализу этого фактора, исходя из опыта искусственного отбора—опыта садовника и животновода, создающих новые расы садовых цветов и породы домашних животных.

Учитывая явления изменчивости и наследственности, Дарвин, однако, не мог пользоваться разнообразием тех знаний, которыми располагаем мы в настоящее время. Он отдал свои силы анализу последнего фактора—фактора отбора.

Наше время выдвинуло вперед проблемы изменчивости и наследственности, как базу, на которой только и возможна эволюция. Современные знания в этой области науки не малым обязаны применению статистических методов.

Естественно, что статистический метод особенно блестящее применение находит в области явлений изменчивости, о чем вряд ли есть необходимость вам докладывать, тем более, что для нас интересны не самые закономерности

в явлениях изменчивости, а попытка использовать их для проверки явлений наследования, без которых трудно себе мыслить эволюцию. Эту попытку прежде всего сделал Гальтон. Особенно демонстративны его исследования на душистом горошке, на котором он учитывал диаметр семян; последний колебался от 0,15 до 0,21 английского дюйма. Все семена в отношении этого признака были разбиты им на 7 классов: 0,15; 0,16; 0,17; 0,18; 0,19; 0,20; 0,21.

Средний класс—0,18.

Выразив средний класс (0,18) для удобства расчета через 100, мы получим для всех остальных классов следующие значения: 83—89—94—100—106—111—117.

Семена каждого класса были высеяны отдельно. С выросших из них растений были вновь собраны семена, и для каждой дочерней группы отдельно были измерены диаметры семян и вычислена их средняя величина.

Сличение размеров родительских семян со средней величиной дочерних семян для каждой группы в отдельности позволяет видеть, в какой мере наследуются потомством признаки их родителей.

Если бы вариационные отклонения от средней величины не наследовались, то потомство любого материнского класса (от 83 до 117) должно было бы иметь среднюю величину, подобную средней величине материнских семян, т.-е. 100.

Величина материнских семян.	Средняя величина семян у их потомства.
83	94
89	98
94	96
100	100
106	98
111	106
117	107

Для удобства приведенную таблицу можно заменить другой; в этой второй таблице указана лишь степень отклонения от средней величины.

Степень отклонения от средней величины у матер. семян.	Отклонение средней велич. семян у их потомства.
—17	—6
—11	—2
— 6	—4
0	0
+ 6	—2
+11	+6
+17	+7

Если бы вариационное отклонение от средней величины наследовалось полностью, то потомство каждого класса должно было бы среднюю величину иметь подобной классу родителей, т.-е. потомство первого класса должно было бы иметь среднюю величину—83, второго—89 и т. д. Таблица 2-я показывает, что отклонение от средней величины наследуется потомством, но не полностью.

На основании ряда исследований на различных животных и растительных об'ектах Гальтон формулировал закон регрессии или возврата, который гласит, что, если родительские особи обладают отклонением от нормы, то часть последней наследуется, другая же часть исчезает (возврат к средней величине). Должно быть совершенно очевидным, какое веское обоснование нашли взгляды Дарвина о возможности передачи по наследству незначительных изменений в количественных расчетах Гальтона.

Однако необходимо помнить, что статистические методы обладают большой остротой лишь в том случае, когда они оперируют, по возможности, с однородным материалом.

Датский биолог Иогансен подверг сомнению чистоту гальтонова материала. Последний оперировал со случайными семенами неизвестного происхождения и, во всяком случае, неизвестной наследственной потенции. Внешнее же сходство ни в коем случае не может быть показателем однородности наследственных качеств. Возьму простейший пример: при скрещивании расы гороха с желтыми семенами с расой, у которой зеленые семена, в первом поколении образуются растения с желтыми семенами.

При внешней оценке семена этого первого поколения пришлось бы соединить с желтыми семенами одного из родителей. Однако, несмотря на свое внешнее сходство, желтые семена родительской расы и дочерней значительно разнятся по своей наследственной потенции, что легко обнаружить при их разведении путем самоопыления. Первые будут производить лишь желтые семена, вторые же на каждые три желтых будут давать одно зеленое.

Иогансен для проверки выводов Гальтона остановился на фасоли, которая представляет ряд удобств для подобного рода опытов.

Основной задачей Иогансена было избежать неоднородности материла, которая совершенно очевидно имела место в опытах Гальтона. Чтобы избежать подобной неоднородности в смысле наследственных задатков, Иогансен решил остановиться на потомстве лишь одной особи, при чем на потомстве, полученном путем самоопыления.

Потомство подобной самооплодотворяющейся особи Иогансен назвал чистой линией. Иогансен собрал с ряда растений, полученных путем самоопыления, семена и подверг их статистическому обследованию по признаку их веса, в пределах каждой чистой линии отдельно.

Каждая чистая линия показывала свою вариационную кривую со своим максимумом, минимумом и своей средней величиной.

В сокращенной и упрощенной форме результаты могут быть переданы в форме следующей таблички:

Вес семян фасоли в сантиграммах.

Линия.	Наименьший.	Средний.	Наибольший.
A . . .	35	64,2	90
B . . .	25	55,8	85
C . . .	35	55,4	80
D . . .	25	54,8	75
E . . .	25	51,2	70
F . . .	25	48,2	75
G . . .	20	46,5	80
H . . .	20	45,5	65
I . . .	15	45,4	65
J . . .	20	45,0	65
K . . .	20	44,6	70
L . . .	20	42,8	65
M . . .	10	40,8	65
N . . .	10	35,1	50
O . . .	25	45,3	70
P . . .	20	49,2	65
Q . . .	25	45,5	60
R . . .	20	48,9	65
S . . .	30	50,6	65
Весь материал .	10	47,9	90

Когда Иогансен отбирал класс низкого значения из всего „населения“, т.-е. из всего материала, он мог наблюдать, что потомство подобного класса (напр., с весом в 10 сгр.) частично наследовало отклонение от средней величины (47,9), что находилось в полном согласии с опытными данными и выводами Гальтона.

Если же Иогансен отбирал и высеивал какой-либо класс в пределах той или другой чистой линии, даже класс с максимальным отклонением от средней величины, например, 1-й класс из линии А с весом в 35 сгр., или последний класс с весом в 90 сгр., то он всегда без исключения наблюдал, что потомство этих уклонившихся особей имело среднюю величину, подобную средней величине родительского вариационного ряда, т.-е. в линии А—вес в 64,2 сгр. В пределах любой чистой линии получался тот же результат. Так, например, в линии М любой класс, даже с весом в 10 сгр., давал потомство, средняя величина которого была около 40,8. Т.-е. другими словами, отбор в пределах наследственно однородного материала, в пределах чистых линий, не может повести или способствовать образованию новых типов организации, т. к. вариационные отклонения оказываются не наследственными. Даже у крайних отклонений наблюдается полный возврат к типичной для этой линии средней величине.

Однако возникает вопрос, как об'яснить различие в результатах опытов над чистой линией и всем населением. Почему в одном случае наследования нет, в то время как в другом случае оно как будто есть. Иогансен раз'яснил это кажущееся противоречие. По Иогансену, отбор в случае работы со смешанным материалом ведет к тому, что экспериментатор отбирает некоторые из чистых линий, входящих в состав населения. Так, например, если из общего населения фасоли исследователь отбирает для посева семена с весом в 10 сгр., то он фактически выбирал из общей массы семена лишь двух чистых линий—М и Н. Средняя первой из них—48,8, второй—35,1, т.-е. ниже, чем средняя всего населения—47,9.

Создается представление, что наследуется отклонение, когда в действительности произошел лишь отбор линии с меньшей средней вариацией.

Естественно, что при подобном понимании результатов Гальтона и исследований Иогансена можно было ожидать, что отбор и в пределах сложного „населения“ должен иметь свой недалекий предел, после которого никакой отбор не может дать наследования уклонений. Предел этот должен наступить тогда, когда будут отобраны особи чистой линии с наи-

меньшей или с наибольшей средней вариацией. В опытах со всем „населением“ Иогансен убедился, что эти ожидания оправдались.

Действительный в первых поколениях отбор привел к выделению семян, которые при дальнейшем разведении перестали обнаруживать наследование отклонений от средней вариации.

Из своих остроумных и продуманных исследований Иогансен делает вывод: „Подбор только отбирает представителей существующих типов; эти типы отнюдь не создаются им постепенно, они лишь отыскиваются и изолируются“.

Вывод не совсем в пользу Дарвина. Эволюция, очевидно, осуществляется не наследованием вариирующих признаков, а наследованием внезапных скачкообразных изменений.

Вот как, в самых кратких чертах, в настоящее время разрешается вопрос наследования в применении к проблеме эволюции, при помощи статистического метода. Итак, учение Дарвина о возможности эволюции путем передачи по наследству незначительных флюктирующих признаков и их суммации не получает подтверждения в исследованиях Иогансена и других авторов экспериментаторов. Это первая глава в применении статистики к биологии. Она теснейшим образом связана с вопросом эволюции.

* * *

Другая глава генетически связана с первой, но она получает свое начало в Чехии и дальнейшее развитие и освещение в другой части света—в Америке. Недавно я получил работу Моргана, в которой сведены результаты его многочисленных работ по наследованию. Здесь открываются интереснейшие перспективы, к которым он подошел своеобразным путем.

В немногих словах напомню вам положения Менделя, которые послужили основой для развития науки—гибридиологии. Кстати, и Мендель широко использовал цифру для разрешения биологических проблем.

Мендель скрещивал расы гороха, которые отличались друг от друга каким-либо одним признаком [1]). Для примера возьму случай, когда один из родителей обладал желтыми семенами, другой—зелеными. От такого скрещивания получается потомство только лишь с желтыми семенами. Другими словами, в первом поколении (которое услов-

[1]) Моногибридное скрещивание.

но будем обозначать через F_1) проявляются признаки лишь одного из родителей.

Если для упрощения обозначим признак желтого цвета семян символом А, а соответствующий ему признак другого родителя—зеленый цвет семян—а, то мы можем сказать, что первое поколение, полученное от сочетания А и а, будет А (т.-е. с желтыми семенами).

Но замечательно, что если мы станем размножать первое поколение (F_1) путем самоопыления, то во 2-м поколении (F_2) вновь среди растений с желтыми семенами А появляются растения с зелеными—а. При этом замечательно, что растения А и а получаются всегда в определенном отношении; на каждые 3 А приходится 1 а (см. схему).

Появление растений с признаками а в потомстве растений А из F_1 дает основание думать, что способность давать признак а у первого поколения не отсутствовала, но была лишь заглушена своим партнером А.

Характерно также то, что растение с признаком А из F_1 и растение родоначальное (изР), с тем же признаком А не одинаковы по своей способности давать потомство. В то время как растение родоначальное—(из расы с желтыми семенами)—А в случае самоопыления дает исключительно себе подобные растения—А и никогда не производит потомства с признаком а, А из F_1 дает закономерно на каждые 3А—1а. Это мы можем передать таким образом:

$$A \times A \text{ из } P \quad \text{и} \quad A \times A \text{ из } F_1$$
$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$A \qquad\qquad 3A + 1a$$

Прежде всего мы должны сделать вывод, что внешнее сходство в признаках не может свидетельствовать о сходстве в наследственных задатках.

Неоднородность растений с признаком А из родоначального поколения (чистой расы) и из F_1 (гибридного), т.-е. полученного путем скрещивания расы с желтыми и расы с зелеными семенами, можно легко передать в символах. Особей первого поколения мы можем обозначить как Аа, так как они получаются от слияния половых клеток разных рас: одной со способностью давать А и другой—со способностью давать а.

Растение же родоначальное (чистой расы) с признаком А получается после слияния двух одинаковых половых клеток А+А. Отсюда растение чистой расы можно назвать АА.

Сходство семян чистопородных из Р и гибридных из F_1 лишь внешнее. Оно является результатом того, что спо-

собность давать признак A прикрывает способность давать признак a.

Признак прикрывающий принято называть признаком доминирующим, прикрываемый—рецессивным.

Если растение из F_1, несмотря на сходство лишь с одним из родителей—A, несет в скрытом виде возможность производить признак другого родителя—a, так как оно есть по наследственным задаткам Aa, то это делает понятным, почему во втором поколении F_2 вновь могут появиться исчезнувшие в F_1 признаки.

Но как конкретнее понять возможность появления в F_2 особей с признаками a из особей Aa?

Это возможно лишь при допущении, что растения Aa дают часть половых клеток (гамет) только с потенцией произвести признак a. Эти гаметы, сливаясь при оплодотворении с себе подобными, дают aa. Только подобные растения и могут нести зеленые семена, так как если допустить, что каждая гамета получает потенцию производить и A и a, то возможность получения зеленых семян исключается ввиду того, что A прикроет a.

Итак допустим, что гибридное растение из AA дает два типа гамет: одну с A, другую с a. Допущение это приводит к следующим комбинациям гамет в случае самоопыления:

Яйцеклетка A может быть оплодотворена пыльцей A
„ A „ „ „ „ a
„ a „ „ „ „ A
„ a „ „ „ „ a.

Отсюда в F_2 должны получиться комбинации:

$$AA + 2Aa + aa \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_2,$$

т.-е. на каждые 4 особи 3 особи будут обладать доминирующим признаком (желтыми семенами) и 1—рецесивными признаками (зелеными семенами), т.-е. на 3A—1a; отношение, которое получено и на опыте, в результате подсчета многочисленных материалов.

Итак, вывод, столь замечательно согласующийся с опытом, вытек из допущения, что у гибридной формы образуются гаметы двух типов. Одни из них несут способность давать признак одного из родителей (A), другие несут потенцию давать признак другого родителя (a). Гипотеза эта получила название гипотезы чистоты гамет. Она приводит к предсказанию численного соотношения особей с различными признаками (3A : 1a). Предсказанное соотношение совпадает с результатами многочисленнейших иссле-

дований на различных об'ектах, в применении к самым разнообразным признакам.

Но этого мало. Та же гипотеза приводит к выводу, что три особи с доминирующими признаками из F_2 не все одинаковы в смысле способности давать потомство. Другими словами, несмотря на внешнее фенотипическое сходство (желтые семена), одна из них—AA, должна давать только желтые семена, две других же—2Aa, как и особи из F_1 (Aa), должны расщеляться в отношении 3 : 1. Опыт полностью подтвердил и этот вывод.

Как, однако, можно представить себе, что потенция произвести признак A (желтый цвет) или потенция произвести признак a (зеленый цвет) неизбежно должны попадать в разные гаметы. Естественно допустить, что за понятием „потенция давать A" или „потенция давать a" скрывается в гаметах какой-то материальный субстрат. Этот субстрат получил название „г е н" от слова—γιγνομαι, что значит рождаю.

Каждый вид гена обозначается тем же буквенным символом, что и рождаемый этим геном признак.

Гипотеза чистоты гамет была испытана многократно в случаях, когда скрещивание производилось между расами, различающимися не одной парой признаков (A и a), а двумя (AB и ab), тремя, четырьмя и т. д. парами и во всех случаях она давала возможность поразительно удачно предсказывать численное соотношение особей с различными признаками в поколениях F_1, F_2, F_3 и т. д.

Для примера приведу в краткой форме расчет при скрещивании особей, различающихся двумя парами признаков (дигибридное скрещивание).

AB × ab . . . . . P
AaBb . . . . . F_1 (зиготы).
AB, Ab, aB, ab . . . . F_1 (гаметы).

Образование четырех типов гамет следует из гипотезы чистоты гамет, которая предполагает, что A и a или B и b вместе в одну гамету попадать не могут.

При скрещивании особей из F_1 теоретически мыслится получение следующих зигот путем сочетания вышеозначенных гамет:

ABAB, ABAb, ABaB, ABab, AbAB, AbAb, AbaB, Abab.
aBAB, aBAb, aBaB, aBab, abAB, abAb, abaB, abab.

Всего получается 16 комбинаций.

Возможные комбинации легко получить, считая каждую из гамет с себе подобной и всеми последующими. Расчет облегчает, так называемая, решетка Пеннета.

	AB	Ab	aB	ab
AB	AB AB 1.	AB Ab 2.	AB aB 3.	AB ab 4.
Ab	Ab AB 5.	Ab Ab 6.	Ab aB 7.	Ab ab 8.
aB	aB AB 9.	aB Ab 10.	aB aB 11.	aB ab 12.
ab	ab AB 13.	ab Ab 14.	ab aB 15.	ab ab 16.

Полученные комбинации частью повторяют друг друга. По внешним признакам особей из F_2 можно распределить в четыре группы таким образом:

9 особей с обоими доминирующими признаками—AB.

3 особи с одним доминирующим—A, другим рецессивным—b.

3 особи с другим доминирующим—B, первым рецессивным—a.

1 особь с обоими рецессивными признаками—ab.

В краткой формуле отношение можно передать следующим образом:

$$9AB+3Ab+3aB+1ab$$

Теоретически выведенные из гипотезы чистоты гамет формы с замечательной точностью получаются на опыте.

Возможные комбинации можно получить еще иным способом, путем перемножения трехчленов—

$$(AA+2Aa+aa)\times(BB+2Bb+bb).$$

Внимательно взглянув, вы видите, что последние трехчлены выражают собой соотношение признаков во втором поколении при скрещивании особей, отличающихся в одном признаке (моногибридное скрещивание).

В случае полигибридного скрещивания (когда родители отличаются многими признаками) возможные комбинации можно передать следующим образом:

ABCDE . . . . $\times$ abcde . . . . . P.
Aa Bb Cc Dd Ee . . . . . F_1.
(AA + 2Aa + aa) (BB + 2Bb + bb) (CC + 2Cc + cc) (DD + 2Dd + dd)
(EE + 2Ee + ee) . . . . . F_2.

Другими словами, каждая пара признаков ведет себя при скрещивании так, как будто других признаков рядом не существует.

Это—правило независимости признаков. Закономерность эта позволяет думать, что развитие каждого признака находится в зависимости от особого элемента в зародышевой клетке, который имеет себе пару в зародышевой клетке другого родителя.

При образовании гамет эти парные элементы, получившие, как мы говорили, название генов, распределяются независимо от своих соседей.

В идеале мыслится возможным всю совокупность признаков любого организма выразить в символах, за которыми скрывались бы гены, как за символами химиков—атомы.

Биолога манит надежда найти в номенклатуре гибридологического анализа столь же продуктивное, хотя вначале и столь же мало современное, начало, какое химический анализ нашел в химической номенклатуре.

Гибридологический анализ представляет собой довольно стройное сооружение, замкнутое само в себе. Он дает оправдание удачному или разрушает неудачное теоретическое построение, опираясь на большие цифры. Он оперирует с генами, не зная ничего об их природе так же, как химик, оперируя с атомами, мало что знает о природе последних. Он носит формальный характер. Но его сила в том, что он дает возможность предсказывать и предусматривать явления. Зная родителей, он дает возможность предусмотреть характер детей, и обратно —по детям заключать о родителях.

Гибридолог, оперируя со своими генами, лишен уверенности в том, что перед ним находятся далее неразложимые элементы, так как нередко совокупность генов может вести себя так же, как один неразложимый далее ген. Каковы те конечные элементы, которые следует рассматривать как „атомы“, строющие признаки живого организма, мы можем пока лишь догадываться.

Необыкновенным перспективам в учении о наследовании, и тем самым в биологии вообще, мы обязаны внесению в обиход биолога элементарных статистических расчетов,

которые, повидимому, и сделали работу Менделя недоступной пониманию его современников—биологов.

* * *

В последнее время генетикой очень серьезно занялись американские школы. Американцы замечательны тем, что они пытаются подвести материальную базу под основную гипотезу, высказанную Менделем.

Что собою представляет гипотеза чистоты гамет, из которой мы исходим, когда высказываемся о появлении тех или других признаков потомства? Она предполагает, что те или другие гены попадают в определенные гаметы. Но можно ли говорить на основе существующих исследований, как гены распределяются в половых клетках? Морган, Гольдшмит и многие другие говорят, что—да. Они указывают вместе с Бовери, что, повидимому, все явления наследования теснейшим образом связаны с ядерным веществом клетки, что протоплазма, в которой заключено ядро, принимает незначительное участие в определении явлений наследования.

Старые исследователи указывали, что явление наследования признаков следует потому связывать с ядром, что признаки от отца и матери наследуются в равной степени, протоплазма же яйца и сперматозоида в смысле своей массы значительно разнятся; масса же ядерного вещества у них одинакова. Это, конечно, не очень сильный аргумент. Позднее обратили внимание на очень закономерные процессы в ядерном веществе. В самых общих чертах они сводятся к следующему. В ядрах клеточек, которые приступают к делению, начинают формироваться как бы клубочки нитей. Они делаются все отчетливее и, наконец, распадаются на отдельные зерна—палочки,—хромозомы. Эти палочки распределяются потом закономерно по экватору, каждая из хромозом разделяется на две, и одна из хромозом отходит в одну, другая в другую дочернюю клетку (рис. 2). Это явление носит постоянный регулярный характер в каждой дробящейся клетке и, в том числе, в половых клетках. Яйцо и сперматозоид на ряду с бросающимся в глаза различием в массе и структуре протоплазмы несут равную, точно отмеренную по количеству и форме, массу ядерного вещества.

Если мы скрестим животное или растение, у которых зародышевая клетка имеет две хромозомы, с формой, у которой зародышевая клетка имеет одну хромозому, то потомство получает три хромозомы, которые передаются из поколения в поколение.

Биологи в праве думать, что подобное правильное распределение хромозом совершается не спроста, что получение одинакового количества хромозом со стороны отца и матери

при оплодотворении связано с равным их участием в наследовании.

В пользу утверждения, что наследование признаков связано с ядерным аппаратом, существуют и другие более непосредственные указания. Исследование заключается в том, что яйцо подвергают действию радия. Оказалось, что под влиянием лучей радия разрушается главным образом ядерное вещество, но из этого яйца, после его оплодотворения нормальным сперматозоидом развивается зародыш, всецело похожий на отца и лишенный признаков матери соответственно отсутствию материнского ядра. Ставится обратный опыт: подвергается действию лучей радия сперматозоид. Он обнаруживает деградацию ядерного вещества, но сохраняет подвижность и способность оплодотворить яйцо, из которого выходит потомство всецело материнского типа.

Таким образом серия опытов дает основание допущению, что с ядерным веществом зародышевой клетки связаны явления наследования. Еще более интересны опыты Бовери, который разделяет созревшее яйцо на две части и подвергает оплодотворению часть яйца, не имевшую ядра; из такого без'ядерного участка яйца, снабженного одним ядром сперматозоида, развивается зародыш в отца.

Интересные данные получаются в связи с исследованием признаков пола. Наблюдается, что у некоторых животных существуют два типа сперматозоидов, различающихся количеством хромозом в ядре (рис. 3, 4 и 5).

Характерно, что при оплодотворении яйцеклетки сперматозоидом одного типа развивается самец, при оплодотворении яйцеклетки сперматозоидом другого типа развивается самка. Таким образом, развитие признаков пола стоит в явной связи с наличием или отсутствием хромозомы или хромозом.

Морган высказывает предположение, что все закономерности, намеченные Менделем, с которыми мы выше бегло ознакомились, прекрасно об'ясняются на основании гипотезы, что гены, т.-е. те зачатки, которые определяют развитие признаков, заключаются в хромозомах. Параллель данных науки о строении, делении клетки и оплодотворении с данными генетики, действительно, очень хорошо гармонирует с этим утверждением (см. рис. 6, 7 и 8). Но мало этого, Морган позволяет себе весьма смело утверждать, в каком порядке располагаются эти гены и на каком расстоянии друг от друга, причем аргументирует свои положения, пользуясь статистическими методами. Вот почему мы и предлагаем ближе остановиться на исследованиях Моргана.

Морган остановил свое внимание на явлении, которое с первого взгляда нарушает красоту всех менделевских закономерностей. Он остановил свое внимание на четвертом положении Менделя, которое говорит, что, если мы имеем

много пар признаков, отличающих родителей, то гены этих признаков независимо друг от друга распределяются в гаметах. В случае моногибридного скрещивания получается расщепление в F_2 типа—А+2Аа+а, в случае дигибридного скрещивания получается расщепление 9АВ : 3АВ : 3аВ : 1ав, при полигибридном скрещивании расчет можно произвести по перемножении членов (А+2Аа+а) (В+2Вв+в) (С+2Сс+с) (Д+2Дд+д). Наблюдая фруктовую мушку, которая исследована в количестве многих сот тысяч экземпляров, Морган нашел, что в некоторых случаях, когда мы имеем дело, скажем, с двумя парами признаков, т.-е. с дигибридным скрещиванием, два гена нередко ведут себя так, как будто они представляют собой один ген, и ведут себя при расщеплении, как требует того не дигибридное, а моногибридное скрещивание, т.-е. они нераздельно должны попадать в одну из гамет. Возьмем, в виде конкретного примера, черную муху с редуцированным крылом и серую с хорошо развитым крылом. Во втором поколении у нас получается на каждые четыре мухи три серых с нормальными крыльями и одна черная, с редуцированными крыльями (рис. 9). Следовательно в F_2 получается два типа особей с отношением 3 : 1. В нормальном же случае при дигибридном скрещивании должно было получиться четыре типа особей с отношением 9 : 3 : 3 : 1. Подобные уклонения от „нормы“ у Моргана наблюдаются в целом ряде опытов на различных признаках, как будто между генами существует какое-то сцепление. Во взятом случае сцепление между геном серого цвета и геном нормальных крыльев. У вас может возникнуть предположение, что, быть может, мы имеем дело в этом опыте с одним геном, от которого зависят два признака. Но это не так, потому что эти признаки встречаются и раздельно, и следовательно зависят от различных генов.

Когда Морган совместно со своей многочисленной школой (такую работу можно вести только в десятки рук) разобрал большой материал, то выяснилось, что все гены, которые они изучали, могут быть об'единены в четыре группы, при чем все гены в пределах каждой группы связаны между собой, т.-е. проявляют сцепление.

Каждая группа в целом может себя вести, как один ген, и с другой группой дает расщепление 3 : 1. Морган, стоявший на точке зрения науки, изучающей строение зародышевых клеток, обращает внимание на то обстоятельство, что у этой мушки наблюдается всего четыре хромозомы. Параллель замечательная—4 хромозомы и 4 пары генетических признаков, сцепленных между собой. Есть над чем задуматься.

Целый ряд подобных исследований действительно наводит на мысль даже скептика, что не следует ли допустить,

что каждая хромозома заключает в себе определенное количество генов. Гены, помещающиеся в одной хромозоме, должны при образовании гамет естественно переходить в одну из гамет все вместе, как одно целое. Вот почему они ведут себя часто так, как будто эти признаки представлены одним геном.

Допустим, что мы имеем дело с организмом, имеющим 4 хромозомы в половой клетке. У взрослого организма, который получается от слияния мужской и женской половых клеток, будет следовательно 8 хромозом. Когда созревают половые ткани и дают зародышевые клетки, то здесь наблюдается очень своеобразный процесс—уменьшение количества хромозом вдвое.

Я детально не стану рассказывать об этом интересном явлении редукции, но в настоящее время принята следующая точка зрения. Повидимому, при слиянии половых клеток комбинируются материнские и отцовские хромозомы (4+4=8) с соответственными друг другу признаками. При образовании же половых клеток у этого организма хромозомы вновь распределяются по четыре в зародышевую клетку. Но распределяются хромозомы, повидимому, так, что из каждой пары соответственных хромозом одна попадает в одну, другая—в другую гамету.

Теперь представьте себе, вместе с Морганом, что гены заключаются в хромозомах, и что в какой-либо хромозоме заключаются гены A и B. Естественно, что в этом случае, при образовании гамет гены A и B должны попасть в одну гамету (вместе с этой хромозомой). Вот вам и раз'яснение материальной основы генетического сцепления признаков. Мендель, который допускал полную независимость признаков, изучал горох на относительно немногих признаках. У гороха много хромозом, вот почему, весьма вероятно, явление сцепления и не было им замечено. При малом количестве хромозом, естественно, целый ряд ген должен быть связан между собой.

Параллельно с явлением сцепления генов Морган отметил явление, которое на первый взгляд создает огромное затруднение для хода его рассуждений, но, нужно сказать, что это затруднение и вывело Моргана на совершенно неожиданную дорогу, которая оправдывает и предшествующие его рассуждения.

Морган скрещивает черную муху с редицированными крыльями (ав) и серую с хорошо развитыми (АВ). В первом поколении получаются серые мухи с хорошо развитыми крыльями. Эти серые мухи будут АВ или полнее АВав. Далее, муху серую с длинными крыльями, полученную путем скрещивания, которую назовем АВав, скрещиваем с самцом

родительского типа, который обладает признаками рецессивными, конкретно, с самцом черного цвета и малыми крыльями (ав). Взятая в опыт самка должна дать два типа гамет АВ и ав, самец же только один тип гамет (ав). Все эти рассуждения имеют реальное значение лишь при условии, что гены А и В и а и в находятся в одной хромозоме. В результате скрещивания должно получиться два типа особей—один—АВав и другой—аавв или, короче, особи типа АВ и ав. В действительности же получается несколько иная комбинация. На ряду с особями АВ и ав получаются в небольшом количестве и особи Ав и аВ (рис. 10). Последние комбинации—Ав и аВ, могли получиться только в том случае, если гены А и В, и, соответственно, а и v, находящиеся нормально в одной хромозоме, в силу каких-то условий попали в разные хромозомы или, проще, серая муха из черного поколения (F_1)—АВав, дала не два типа гамет АВ и ав, а четыре типа гамет АВ, ав, Ав и аВ. Оставаясь на почве своей гипотезы, что гены расположены в хромозомах и что сцепление об'ясняется нахождением генов в одной хромозоме, А+В и а+в, Морган допускает в некоторых случаях обмен генами, т.-е. обмен между соответствующими, входящими в пару, хромозомами своими частями.

Подобную модель легко представить графически, если сделать еще одно допущение, что гены расположены в линейном порядке, как зубы в челюсти (см. рис. 11).

Морган указывает, что вероятнее всего предположить подобный обмен частями хромозом в тот период, когда по данным науки о клетке происходит тесное сближение и даже слипание между отцовской и соответствующей по содержанию генов материнской хромозомой. Предположение об обмене находит себе необыкновенное красивое подтверждение в численных расчетах.

Первым и весьма характерным моментом в наблюдениях Моргана является то, что количество особей нормального типа, т.-е. таких особей, появление которых и следовало ожидать (АВ и ав), относятся друг к другу, как 50 : 50, и такое же соотношение наблюдается между двумя вновь возникшими типами (50 Ав : 50 аВ).

Сохранение нормального отношения между указанными типами особей легко доступны пониманию, если исходить из гипотезы об обмене частями хромозом, как то предлагает Морган.

Другим существенным моментом является наблюдение, что соотношение между общей суммой нормальных и суммой анормальных особей (АВ+ав:Ав+аВ) 83 : 17 сохраняется от опыта к опыту.

Другими словами это соотношение является выражением закономерного порядка, подчиненного законам вероятности.

Соотношение между количеством нормальных и анормальных особей строго определенное для определенных признаков, сильно вариирует при переходе от одной пары признаков (скажем, АВ и ав) к другой паре (напр., АС и ас).

Другими словами, для каждой пары признаков процент уклоняющихся форм является особым и устойчивым. В случае конкретно взятых нами признаков А и В он равен 17%.

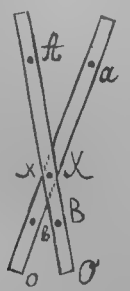
Морган очень остроумно, но неожиданно указывает, что процент уклоняющихся от нормы особей (напр., 17%) может служить прекрасным мерилом расстояния между генами, сидящими в одной хромозоме. Конечно, мерилом не абсолютного расстояния, а относительного расстояния. Ход его мыслей очень прост и убедителен, если примем его допущение, что гены расположены в хромозомах в линейном порядке.

В самом деле, процент особей анормального типа является выражением процента случаев, когда произошел разрыв между двумя генами, сидящими на одной хромозоме. Чем дальше гены сидят друг от друга на хромозоме, тем больше вероятность их разрыва, чем ближе гены друг другу, тем меньше вероятность их разрыва.

Другими словами процент уклоняющихся особей, служа мерилом процента разрыва, служит в то же время показателем относительного расстояния между генами.

Эту мысль можно формулировать еще иначе.

Перекрест двух соответственных хромозом от матери и отца и последующий обмен частями может последовать в любой точке хромозом, и притом, на одном уровне одной и другой из перекрещивающихся хромозом (см. рис. ОХ=оХ). О последнем свидетельствует одинаковое количество Ав и аВ форм (8,5% Ав и 8,5% аВ)



Если длину всей хромозомы выразить через 100 единиц длины, и на каждую единицу допустить один ген, то представляется возможным допустить 100 разнообразных разрывов. Если расстояние между А и В велико, велика

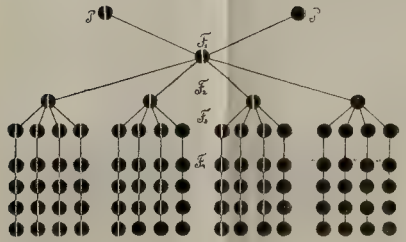


Рис. 1.

Схема передачи по наследству признаков, при скрещивании особей, отличающихся в одном признаке (в данном случае в окраске).

В первом поколении (F_1) выявлен признак одного из родителей, во втором поколении (F_2) на каждые четыре особи три особи имеют доминирующий признак и одна особь рецессивный.

Соотношение в F_3 и F_4 ясно из схемы.

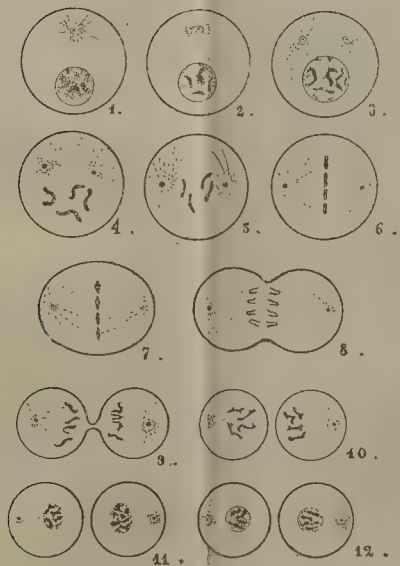


Рис. 2.

Схематическое изображение изменений в ядре до, во время и после разделения клетки. В ядре из хроматинового вещества образуются 4 хромосомы, каждая из которых расщепляется вдоль при делении клетки.

Рис. 3.

Распределение хромозом при делении мужской половой клетки Protenor на две сперматиды, из которых разовьются сперматозоиды.—один с большой X хромозомой, другой без таковой.

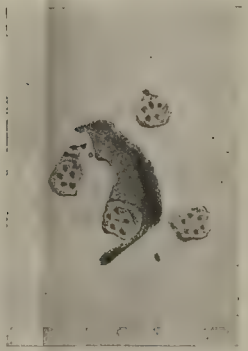


Рис. 4.

Четыре зародышевых клетки Ancyracanthus, из которых разовьются сперматозоиды. Образовались они из одной клетки родоначальницы. Две из этих четырех клеток имеют 5 хромозом, другие две—6 хромозом.

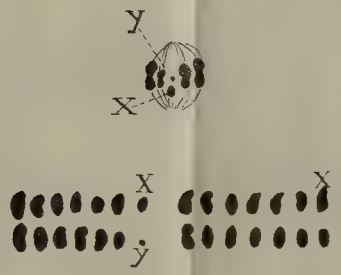


Рис. 5.

Схематическое изображение хромозом из половых клеток Lygeus. Верхний рисунок передает распределение хромозом при делении мужской половой клетки для образования сперматид, из которых разовьются сперматозоиды. Одна из сперматид, и следовательно сперматозоид, получает x—, другая y—хромозому. Нижний рисунок изображает форму и количество хромозом в мужской половой клетке (слева) и женской (справа) до редукции, расположенных для наглядности в линейном порядке.

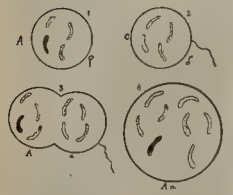


Рис. 6.

Схема слияния гамет (A и a), отличающихся одной хромозомой. У яйца она изображена черной, у сперматозоида белой.

Aa—оплодотворенное яйцо или зигота.

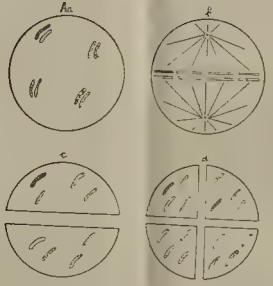


Рис. 7.

Схема образования зародышевых клеток у зиготы (а) и распределение при этом хромозом.

На две зародышевых клетки (гаметы) с черной хромозомой образуется две гаметы с белой хромозомой (в).

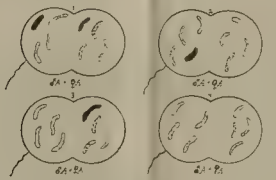


Рис. 8.

Схема четырех возможных комбинаций соединения гамет, образовавшихся у гибрида Aa (см. рис. 6 и 7).

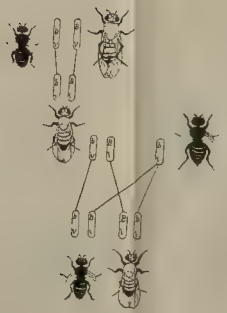


Рис. 9.

В первом ряду изображен черный самец с зачаточными крыльями (bv) и серая крылатая самка (B. V). Между ними изображены гаметы с генами указанных признаков. Гены b и v, находятся в одной хромосоме, так же, как и гены BV.

Во втором ряду изображен самец серый и крылатый, полученный от скрещивания мух первого ряда. Его генетическая формула bvBV. Он скрещен с черной мухой с зачаточными крыльями, слева от которой изображена ее гамета (bV). От скрещивания особей второго ряда получаются особи двух типов, они изображены в третьем ряду. Подобный состав особей третьего ряда возможен лишь при условии, что серый крылатый самец второго ряда имеет гаметы двух типов — bv и BV, которые изображены справа от него.

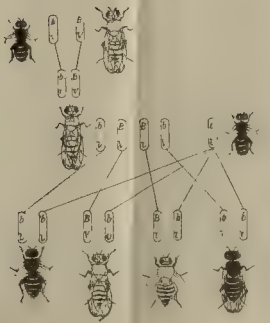


Рис. 10.

В первом ряду изображены скрещиваемые между собою черный самец с зачаточными крыльями (bv) и серая крылатая самка (BV). Между ними изображены их гаметы с генами, расположенными в одной хромосоме.

Во втором ряду изображена серая крылатая самка, рожденная от первого скрещивания. Она скрещена с самцом черного цвета с зачаточными крыльями. Тип гамет самца изображен рядом с ним (bv). Тип же гамет серой самки этого ряда вытекает из состава особей третьего ряда, т. е. из потомков особей второго ряда. В третьем ряду имеются особи четырех типов, что возможно лишь при наличии у самки-матери четырех типов гамет (bv, BV, Bv, bV).

Необходимость допустить у серой крылатой самки второго ряда четырех типов гамет влечет за собою с неизбежностью вывод, что в некотором числе случаев хромосомы этой особи обменивались своими генами на известной стадии развития гамет.

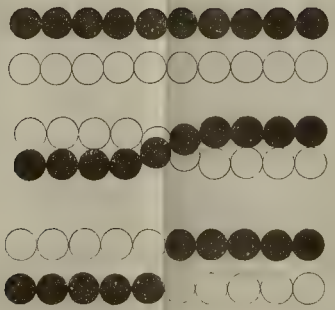


Рис. 11.

Схема перекреста хромозом и обмена концами.

План хромосом
Drosophila melanogaster

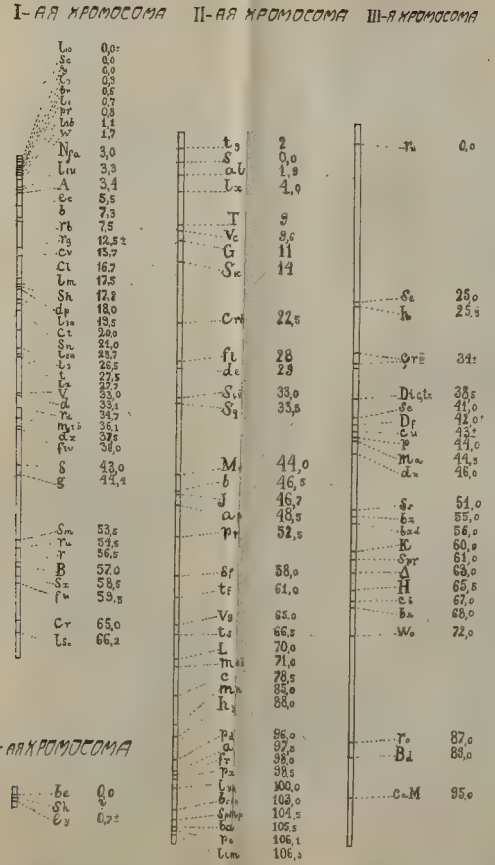


Рис. 12.

вероятность, что при перекресте они попадут в разные хромозомы, если расстояние мало, вероятность эта уменьшается.

Говоря в общей форме, при учете больших количеств материала, вероятность разрыва между двумя генами пропорциональна их расстоянию друг от друга.

Если общую длину хромозом выразим через 100, а расстояние между генами A и B будет 17 единиц, то частота разрыва будет равна 17% общего количества материала. Другими словами процент перекреста может служить выражением относительного расстояния между генами.

Эту простую концепцию Морган проверяет дальше столь же остроумными и простыми суждениями и опытами.

Он исследует процент перекрестов, скажем, между генами A и B. Он равен 17%.

Далее его занимает вопрос о проценте перекрестов и тем самым об относительном расстоянии генов A и C. Допустим процент перекреста равен 5%. Другими словами, расстояние между A и B равно 17, между A и C равно 5.

Какое же расстояние будет между B и C. Если гены действительно, как предполагает Морган, располагаются в линейном порядке, расстояние между B и C, определяемое путем процента перекреста, должно быть равно или AB—AC, или AB+AC. В цифрах—или 17—5=12 или 17+5=22.

Многочисленные исследования Моргана, его учеников и последователей на разнообразнейших генах дают блестящий анализ материальных основ наследственности, а их простой статистический расчет служит подтверждением мысли, что гены должны располагаться в хромозомах и притом в линейном порядке.

Конечно, первый прием исследованиям Моргана был оказан недоверчивый. Смелость его концепций необыкновенна, но, с другой стороны, поразительно аргументирована эта смелость. И нужно сказать, что чем дальше, тем больше является доверия к его положениям, потому что в его школе накапливается громадный материал в подтверждение его гипотез.

Простые статистические расчеты легли в основу изучения и выяснения грандиозных биологических проблем, они открыли новые пути исследованиям многочисленных биологов и статистиков. На этом я закончу, т.-к. считаю, что в задачи моего краткого доклада входит ознакомить собравшихся членов института лишь с основным направлением в применении статистики к изучению явлений наследования.

Основное русло изложенных исследований приводит нас к надежде через посредство статистических методов исследований вскрыть механизм аппарата наследования. Отсюда недалеко и до механизма жизни.

Статистический метод в биологии.

А. С. Серебровский.

В предлагаемом докладе я не рассчитываю дать ни полной картины приложения статистического метода на обширном поприще биологических наук, ни вполне об'ективной оценки этого метода. Причиной этому является, во-первых, то, что, не будучи специалистом биометриком, я не считаю себя достаточно компетентным для такого полного обзора, и, во-вторых, то, что слишком разнообразно отношение различных ученых биологов к статистическому методу—я бы сказал,—от вдохновенного до иронического.

Поэтому я ограничусь оценкой роли статистического метода в тех областях биологии, где мне самому приходилось с ним сталкиваться—в области эволюционного учения и сопричастных к нему дисциплин, даже может быть оценить то, что дал этот метод мне, как биологу. Но я надеюсь, что все же избегну излишней суб'ективности, так как общение с рядом других биологов показало мне, что многие волновавшие меня надежды и сомнения волновали и их.

Статистический метод в биологии применялся многократно и многообразно, но можно наметить все же два главных типа приложения этого метода. В подавляющем большинстве случаев им пользуются для исследования какого либо изолированного явления А или для изучения связи двух таких изолированных явлений А и В. Именно на этом пути разработаны приемы изучения изменчивости признаков и их корреляции друг с другом. Но в недавнее время найдено еще одно возможное применение статистического метода—приложение его к еще совершенно неразработанному вопросу об измерении сходства сложных явлений друг с другом по множеству признаков. Количественно оба эти типа использования статистического метода совершенно несоизмеримы—тысячи работ первого типа и десяток работ второго. Но как увидим ниже, это новое приложение обещает достаточно широкие горизонты.

Что касается приложения метода к изучению изолированных явлений, то здесь в свою очередь можно наметить два пункта—описание явлений приемами статистики и об'-

яснение явлений помощью тех же приемов. Оба эти пункта мы рассмотрим отдельно.

Давно уже формулировано, что всякая наука является наукой постольку, поскольку в нее введена математика. Может быть по отношению к некоторым наукам это и преувеличено, но во всяком случае каждая зрелая наука должна оперировать с числами, должна уметь мерить и считать. Поэтому оперирует с числами и биология, и биологов нельзя упрекнуть в том, что они мало считают. Но существует на наш взгляд важная разница между теми числами, с которыми оперирует биология, с одной стороны, и более точные физические науки—с другой. Там каждое число по степени точности стоит по крайней мере одной ступенью выше. Биолог производит определение температуры тела животного и получает число. Физик производит отдельное определение температуры плавления жидкости и получает тоже число. И у того и у другого повторные опыты дадут несколько различный результат и в этом смысле и тот и другой в отдельном опыте получают число случайное, приблизительное. Тем не менее между обоими числами существует глубокое различие. Колебание результатов у физика произойдет от неточности приемов, от недостаточной чистоты воды, от инструментальных ошибок. То же самое будет и у биолога. Но если мы представим себе идеальную точность измерения, то в результате данные отдельных опытов физика совпадут. Определив на данной порции воды точку кипения, он вовсе не будет считать, что он определил температуру кипения именно данной порции воды, а воды вообще. В совершенно ином положении находится биолог. Его отдельные опыты даже с исключением всех технических и вообще случайных ошибок ни когда не дали бы совершенно сходных результатов. И определив температуру тела данного человека, биолог вовсе не может рассчитывать встретить и у другого человека ту же температуру, приблизительно ту же он может рассчитывать найти, но и только. В этом смысле даже самые точные измерения и взвешивания биологов дают лишь приблизительный результат, и поэтому получаемые биологами числа можно было бы назвать тоже приблизительными числами.

Разница эта в значительной степени основана на том, что каждое измерение физика дает ему сразу же некоторую среднеарифметическую величину. Измеряет ли он давление газа или температуру и т. д., он имеет дело с некоторым суммарным итогом движения множества молекул в разных направлениях и с различными скоростями, но движение каждой отдельной молекулы исследователь не видит, а наблюдает лишь среднюю величину, выводимую из миллионов и миллиардов отдельных вариантов. Такую же точ-

ную величину биолог получил бы, если бы сразу определил температуру всего человечества.

Иными словами то число, которое физик получает в результате одного опыта (свободного от случайных ошибок, если б это было возможно), биолог может получить только в результате статистической обработки ряда опытов, притом ряда, который должен был бы быть значительно большим, чем тот, с которым обычно приходится оперировать биологу. Отсюда ясно основное значение статистического метода в биологии. Можно с уверенностью выдвинуть тезис о том, что всякое число, с которым оперирует биолог, только в том случае может подлежать серьезному вниманию, если оно оценено статистически.

На протяжении последних десятилетий биологи все больше и больше привыкают считать. Понятия о величинах средних, об их вероятных ошибках, о точности становятся все более и более знакомыми молодым поколениям биологов и значение этого введения статистических приемов и статистической осторожности в наши дисциплины громадно и очевидно. Впервые биолог учится считать, оставляя недавнему прошлому анекдот о некоем коллеге, сообщавшем после смерти одного из двух карасей, живших в его аквариуме, что „смертность достигла 50-и процентов".

Однако, благодаря тому, что биологу приходится в поте лица своего самому получать ту среднюю величину, которая непосредственно получается из опыта физиком, биолог оказывается в выгоде.

В то время, как физик поневоле вынужден удовлетворяться этой готовой средней величиной, биолог видит ее генезис и оказывается в состоянии отнестись к ней более сознательно. Так он видит, что в разных случаях одна и та же средняя величина получается из весьма различного материала, обнаруживающего различное распределение. Он видит, что средних величин может быть несколько—среднеарифметическая, мода, медиана, и в то время, как физик вынужден пользоваться главным образом среднеарифметической, биолог в иных случаях может предпочесть ей моду, видя, что в таких, например, случаях, когда кривая распределения обнаруживает многовершинный характер, среднеарифметическая может оказаться лишенной всякого смысла.

Поэтому статистический метод в руках биолога всегда оказывается не только методом измерения, как сказано выше, но и методом описания. И по мере того, как повышается статистико-математическое образование биологов, углубляется и производимое ими описание явлений. Если раньше ботаник удовлетворялся сообщением, что у ромашки около 20 язычковых цветков в соцветии, прибавляя в лучшем случае указание на колебание „от—до", то затем его

сменяет статистическое число в роде $19,67 \pm 0,12$ с указанием $\sigma \pm 2,57$, по которым мы можем судить не только более точно о тех пределах, в которых возможно колебание числа язычковых цветков, но даже предсказать, какое примерно число растений надо исследовать, чтоб найти такое то уклоняющееся число.

Еще большее углубление нашего представления о явлении мы получим, построив и рассмотрев вариационную кривую. Вслед за Лудвигом мы сможем констатировать, что кривая распределения в этом случае получит своеобразный многовершинный вид. Мы увидим существование каких то излюбленных чисел, наряду с которыми имеются хотя и промежуточные, но реже встречаются. Далее мы увидим, что эти как бы излюбленные числа оказываются укладывающимися в так называемый ряд Фибонацци, в котором каждое последующее число является суммой двух предыдущих. Статистическое описание непосредственно наталкивает исследователя на некоторую проблему механики развития, проблему, постановка которой без статистического исследования материала быть может была бы невозможной.

С другой стороны подобное описание может опрокинуть уже сложившееся убеждение, что можно иллюстрировать таким примером. В среде животноводов встречается убеждение в том, что существуют производители, обладающие тенденцией давать потомство определенного пола, мужского в одних случаях, женского—в других. Каждый убежденный в этом человек сейчас же приведет пример кобылы, давшей подряд 10 жеребчиков и ни одной кобылки, или пример „Силача“, давшего 29 кобылок и лишь 8 жеребчиков.

Тем не менее произведенное мной обследование родословных книг орловских рысаков показало полную мифичность этого убеждения. Оказалось, что распределение полов в потомстве и кобыл и жеребцов идеально удовлетворяет биномиальному закону, и исключительные матки и жеребцы, дающие потомство одного пола, оказываются именно в таком количестве, которое предсказывается теорией вероятностей на основе случайности.

В следующей табличке приведены 231 кобыла, имевшая по 10 жеребят. Распределение полов в их потомстве, как легко видеть, совершенно случайно, и матке, давшей подряд 10 жеребчиков, может быть приписана „тенденция рождать жеребчиков“ совершенно с таким же правом, с каким мы можем приписать „тенденцию вынимать красные шарики“ руке, случайно вынувшей из урны, содержащей поровну смесь красных и черных шариков—сразу 10 красных: и то и другое возможно приблизительно в одном случае на 1024.

Распределение пола потомства 231 матки Орловских рысаков, имевших по 10 жеребят каждая.

Состав потомства.	$(1+1)^{10}$	Теоретическое число маток.	Наблюденное число маток	Наблюденное уклонение.	Вероятное уклонение.
10 жер. + 0 коб.	1	0.2	1	+ 0.8	± 0.32
9 „ 1 „	10	2.3	3	+ 0.7	1.01
8 „ 2 „	45	10.2	14	+ 3.8	2.10
7 „ 3 „	120	27.1	28	+ 0.9	3.30
6 „ 4 „	210	47.4	44	— 3.4	4.14
5 „ 5 „	252	56.8	56	— 0.8	4.42
4 „ 6 „	210	47.4	45	— 2.4	4.14
3 „ 7 „	120	27.1	33	+ 5.9	3.30
2 „ 8 „	45	10.2	3	— 7.2	2.10
1 „ 9 „	10	2.3	4	+ 1.7	1.01
0 „ 10 „	1	0.2	0	— 0.2	± 0.32
	1024	231.$_2$	231	Σ=27.$_8$	Σ=26.$_2$

Подобного рода исследования, которых произведено уже достаточно много, несомненно воспитывают биологическую мысль. Несомненно также, что биометрическое описание явлений вливает в душу биолога-исследователя своеобразный оптимизм. Когда исследователь из груды материала получает более или менее стройную кривую, он испытывает несомненное удовлетворение, именно оптимизм, улавливая явную закономерность там, где перед тем виделась лишь раздражающая случайность. Правда, часто кроме этого ощущения закономерности биолог ничего более конкретного из своих вычислений не получает, но тем не менее труд его не оказывается бесплодным и, вставая из-за стола и глядя на стройную кривую, исследователь чувствует прилив новой энергии для дальнейшего научного подвига.

Изучение отдельных признаков и свойств организмов статистическим методом составило за три последних десятилетия обширную главу учения об изменчивости. Голый перечень одних об'ектов этих бесчисленных биометрических работ занял бы много страниц текста, и даже беглый осмотр этого материала в рамках настоящего доклада невозможен. Растения, животные, человек, их анатомические и морфологические признаки, физиологические свойства, элементы инстинктивной и психической деятельности подвергалось исследованию, начиная от биологов первой величины и кончая теми, кто надеялся на „кривую, которая вывезет“, или кто просто учился статистическим приемам работы. Но

обзор этой колоссальной измерительной и вычислительной работы в значительной степени излишен, так как приходится констатировать, что полученный идейный результат ни в коей мере не отвечает затраченным исследовательским силам. Только там, где статистический метод применялся с целью получить определенный и ясный ответ на ясно поставленный вопрос, и где полученный ответ проверялся и истолковывался дальнейшей аналитической или экспериментальной работой—там мы видим доброкачественные плоды этого метода. Там же, где статистический метод являлся в значительной степени самодовлеющим методом, как в руках основателей биометрической школы—там приходится констатировать в значительной мере его крах: полученные результаты или не выдерживают более внимательной критики или никому неинтересны.

Прежде всего это приложимо к исследованиям о распределении вариирующих явлений. Строго говоря, эти многочисленные работы дали только один вывод—вывод о том, что все решительно элементы органического мира подвержены вариации и что вариация эта в принципе повсюду подчинена одинаковым законам—законам ошибок, формулированным еще Гауссом и впервые приложенным к изучению изменчивости Кеттле. Правда, теперь вместо одной кривой распределения Гаусса или „нормальной кривой“ большею частью говорят о восьми типах кривых Пирсона, восьмым типом среди которых оказывается эта Гауссова кривая. Большинство биометрических исследований в конце концов формулирует результат изучения варьирования данного признака—именно отнесением полученной кривой распределения к тому или иному типу Пирсоновых кривых, часто этим и ограничиваясь.

Каково значение однако подобных выводов? Выше мы отмечали то ощущение удовлетворенности, которое дает биологу совпадение исследованного материала с теоретической кривой. Однако, такое удовлетворение дается, главным образом, только теми случаями, которые укладываются в нормальную или Гауссову кривую. Нормальное распределение может быть выведено теоретически из столь ясных и разнообразных предпосылок, и истолковывание нормально-варьирующего материала как своего рода „ошибок природы“, получающихся в результате многочисленных случайных воздействий на развивающийся организм бесчисленных внешних и иных влияний,—столь просто, что это ощущение удовлетворения вполне понятно. Гауссова кривая говорит о том, что изменчивый данный материал в сущности, несмотря на свою изменчивость, ничего особенно неустойчивого не представляет и что вычисленная на основании собранного материала средне-арифметическая будет с достаточной право-

мочностью заменять одной цифрой всю массу исследованного разнообразия.

В гораздо меньшей степени это ощущение удовлетворения дается теми случаями, когда распределение обнаруживает не-гауссово распределение. Еще относительно благополучно обстоит дело, когда распределение оказывается, например, многовершинным или двухвершинным. Тогда сравнительно легко и уверенно можно сделать вывод, что собранный материал является смесью двух или нескольких различных материалов, и исследователь может при желании постараться выяснить смешанные компоненты, разделить их, если возможно, и исследовать изолированно. Такое разделение не раз удавалось и в этом смысле двух (много) вершинная кривая по своей понятности не раз облегчала биологам их работу. Прилагаемая кривая распределения морских свинок по величине содержания в их крови фермента каталазы иллюстрирует эту мысль. На ней ясно видно наличие по крайней мере четырех отдельных вершин, говорящих за то, что морские свинки могут быть разбиты на четыре группы, в пределах каждой из которых распределение обнаруживает уже более или менее нормальный тип (рис. 1).

Иначе обстоит дело, когда исследователь констатирует, что распределение исследованного им материала уклоняется от Гауссовой кривой распределения и относится к какому либо типу Пирсоновых кривых. Здесь ощущение ясности покидает исследователя, уступая место сомнениям. В этом отношении биолог будет существенно отличаться от статистика-общественника. Их отношение к Пирсоновым кривым оказывается совершенно иным. Когда статистик социолог или экономист изучает какое-либо распределение, для него часто имеет первенствующее значение именно данный материал, ему важно моделировать явление с возможно большей точностью, чтоб с возможно большей точностью вычислить какой-либо предельный размер землевладения или определить точный процент той или иной категории граждан. Ради этой точности он готов на лишние сложные вычисления, ради этой точности он готов придать своей кривой какую угодно сложную формулу, уснащенную синусами и тангенсами.

Совершенно не то отношение к своему материалу у биолога. Если он исследует изменчивость листьев дерева, то ему сами по себе исследуемые листья совершенно безразличны и он мерит их только ради возможности с их помощью уловить действующие в природе закономерности. Часто в этом смысле выбор об'екта кажется совершенно случайным. Почему биолог вдруг начинает измерять яйца воробьев, а не яйца галок или еще иных птиц—это часто зависит от чисто технических мотивов. И уметь с точностью

высчитать величину листа на вершине дерева для биолога может оказаться совершенно ненужным. Гораздо важнее для него выразить исследуемую закономерность такой формулой, которая была бы понятна, позволяла бы понять явление, сделать дальнейшие выводы. Поэтому сказать, что изменчивость роста девочек может быть передана формулой:

$$y = {}^{235.}{}_{323}\cos.^{328023}\Theta_e - 4.56967\Theta$$

значит повергнуть биолога в величайшее уныние. И биолог часто предпочтет формулу может быть несколько менее точную, но более понятную.

Еще одно соображение заставляет относиться с осторожностью к передаче наблюденного эмпирического многообразия подобранной кривой. Когда мы этот эмпирический, может быть, не совсем „гладкий“ ряд заменяем рядом новым, вычисленным по формуле, мы, в сущности говоря, проделываем известный подмен данных опыта другими данными и естественно, что при такой подмене приходится быть крайне осторожным, чтобы не привнести в добытый безупречный в смысле об'ективности материал какой-либо невольной тенденции. Пока дело идет о замене эмпирического материала теоретической Гауссовой кривой, научная совесть исследователя еще может более или менее оставаться спокойной. Как я уже говорил, нормальное распределение столь легко и многообразно может быть выведено теоретически, что несомненно во множестве случаев мы действительно должны иметь дело с таким нормальным распределением вариант (то же самое можно сказать и относительно типа II-го Пирсона, к которому относятся биномиальные распределения, теоретически выводимые часто еще легче, чем нормальное распределение). Но когда приходится встречаться с более сложными типами ассиметрических кривых, это сомнение вполне законно. Эти кривые могут быть рассматриваемы, как различного рода искажения нормального типа, искажения, проистекающие или от неправильного понимания масштаба оси абцисс, или от различной жизнеспособности различных классов вариант, или от иных причин, затрудняющих варьирование в том или ином направлении. Но ведь искажения могут быть бесконечно разнообразны и искажения, отвечающие Пирсоновским типам, будут лишь немногими частными случаями среди этого бесконечного разнообразия уже хотя бы потому, что в своей теории Пирсон ограничился рассмотрением моментов лишь первых 4-х степеней. И поэтому очевидно, что, относя эмпирическое распределение к тому или иному Пирсоновскому типу, мы в 99 случаях из 100 будем производить натяжку. Может быть, правда, во всех этих 99 случаях натяжка будет практически ничтожно мала, но тем не менее привнесение известной

тенденции будет постоянно происходить и это не может не смущать научной совести.

Все же, однако, можно согласиться, что в громадном большинстве случаев Пирсоновские кривые технически вполне удовлетворительно моделируют изучаемые биологами явления и биологи привыкают относить исследуемые распределения к тому или иному типу Пирсоновских кривых. Поэтому надо дать себе ясный отчет в том, какое же именно значение имеет такая классификация.

Прежде всего следует отметить, что иногда неправильно говорится о замене „эмпирического ряда" „рядом теоретическим". Выражение „ряд вычисленный" вместо „теоретического" гораздо более правильно, так как замена эмпирических частот частотами, вычисленными по формуле, найденной на основе того же самого эмпирического материала, нисколько не удаляет нас от эмпирики.

Еще менее теории заключается в отнесении данного распределения к тому или иному типу Пирсоновских кривых. Конечно, сами по себе Пирсоновские кривые и их типы теоретичны, но необходимо помнить, что эта теория целиком математической природы и в ней не содержится ничего (в части классификации кривых), что могло бы послужить биологу в качестве „теории". Напомню в двух словах характер Пирсоновской классификации кривых.

Характер большинства кривых распределения, вообще говоря, может быть определен двумя введенными Пирсоном величинами, получившими обозначение β_1 и β_2. По величине этих элементов можно судить о внешнем виде кривых распределения. Так, если $\beta_1=0$, то кривые имеют симметричный вид. Если при этом $\beta_2=3$, то получается нормальная кривая Гаусса, при $\beta_1=0$ и β_2 меньше 3-х кривые имеют более растянутый, плоский характер, при β_2 больше 3, наоборот, более высокий, чем нормальный (при изображении в одинаковом масштабе) и круче опускающийся к оси абсцисс. Если при соответствующих значениях β_2-ой β_1-ая окажется больше нуля, то кривые принимают ассиметричный вид, при известных сочетаниях величин β_1 и β_2 может получиться столь сильное искажение, что кривая получит J-образный вид или даже U-образный с крыльями, поднятыми кверху. Далее, при известных сочетаниях значений β_1 и β_2 вид уравнения кривой претерпевает значительные изменения, отчего вычисления приобретают несколько иной ход, в одних случаях сильно упрощаясь, в других случаях усложняясь. Каждому „типу" кривых Пирсона соответствует свой вид уравнения.

Прилагаемый рис. 2, так называемая диаграмма Ринда позволяет совершенно свободно по найденным из эмпирического материала значениям β_1 и β_2 определить, к какому типу кривых Пирсона относится данное распределение.

Для понимания значения для биолога кривых Пирсона полезно рассмотреть эту диаграмму. Из нея легко усмотреть, что симметричные кривые, для которых $\beta_1=0$ представляет собой ничтожно редкий частный случай кривых. Вполне несомненно даже, что никогда эмпирически найденное распределение не даст совершенно точного значения для $\beta_1=0$. Такими же совершенно редкими типами должны быть типы III и V, так как для них каждому значению β_1 должно отвечать вполне определенное значение β_2. Следовательно, кривые типов II, VII, III и V должны встречаться во столько раз реже, во сколько площадь больше линии. Для кривой Гаусса, для которой необходимо значение $\beta_1=0$ $\beta_2=3$, условия еще менее благоприятны. Теоретически она никогда не должна встретиться. Между тем в биометрических работах эти „редкие“ типы встречаются достаточно часто. Как об'яснить это несоответствие с вероятностью? Об'ясняется это тем, что к симметричным кривым относят все те, для которых нельзя с уверенностью (зависящей от количества исследовательных вариантов) доказать, что они ассиметричны. Очевидно, что здесь имеется явная натяжка, вводится тенденция считать симметричное распределение более вероятным, более соответствующим природе, чем ассиметричное. В данном случае это может быть оправдано большей легкостью вычисления. Совершенно ничем, наоборот, не оправдывается отнесение к III-му типу всех кривых I-го и VI-го типа, относительно которых эмпирический материал не позволяет с уверенностью утверждать, что они не III-го типа. Точно также к кривым V-го типа относят обычно все кривые VI-го и IV-го типов, для которых нельзя с уверенностью утверждать, что они не относятся к V-му типу. В результате оказывается, что кривые типов III и V встречаются совершенно „невероятно часто“, заставляя как бы предполагать, что эти типы кривых нравятся не только биометрикам, но и самим варьирующим явлениям... Нечего и говорить, что такое любительство в биометрике, претендующей на математическую точность, не может быть оправдываемо.

Строго об'ективно таким образом можно было бы говорить лишь о существовании таких типов кривых как I-й, IV-й и VI-й, занимающие на диаграмме Ринда целые площади, а не линии и не точку, как Гауссова кривая. Но следующий пример покажет, что для биолога и эти три типа, как типы чисто математические, лишены биологического значения.

Пусть мы имеем группу организмов, распределенных по величине какого-нибудь признака в биномиальный ряд, соответствующий биному 10-й степени в 11 классов:

Класс I-й	1	или 0.1		
II	10	1.0		По диаграмме Ринда
III	45	4.4		
IV	120	11.7	$\beta_1=0$	Кривая II-го типа
V	210	20.5		
VI	252	24.6	$\beta_2=2.80$	
VII	210	20.5		
VIII	120	11.7		
IX	45	4.4		
X	10	1.0		
XI	1	0.1		
	1024	100.0%		

Вычисляя для этого распределения величины β_1 и β_2, определим по диаграмме Ринда, что наше распределение относится к II-му типу.

Предположим теперь, что изучаемый признак не является для организма индифферентным, а влияет на его жизнеспособность. Для простоты допустим, что особи со средним, так сказать, „нормальным“ развитием признака отличаются полной жизнеспособностью, а особи с ненормальным развитием слабее жизнеспособны, рано умирают и ускользают из под нашего наблюдения. Если опять таки, простоты ради, предположить, что жизнеспособность организма падает пропорционально квадрату уклонения признака от нормального развития, то кривая нашего распределения примет такой вид.

	Частоты в %	Коэфф. жизнеспособности.	Окончательное распределение.		
Класс I-й	0.1	1	.0		
II	1.0	2	.1		
III	4.4	4	1.1		
IV	11.7	8	5.6	$\beta_1=0$	
V	20.5	16	19.6		По диагр. Ринда
(„норм.“) VI	24.6	32	47.2	$\beta_2=3.98$	Кривая VII типа
VII	20.5	16	19.6		
VIII	11.7	8	5.6		
IX	4.4	4	1.1		
X	1.0	2	.1		
XI	0.1	1	.0		
	100.0		100.0		

Вычисление величин β_1 и β_2 показывает, что распределение перешло из II-го типа в VII-й. Если бы отмирание уклонений было бы пропорционально не квадрату уклонения от нормы, а слабее, то при некоторой величине получился бы нормальный (VIII) тип распределения (по величинам β_1 и β_2).

Предположим теперь, что наибольшей жизнеспособностью отличается не нормальный тип, а несколько уклоняющийся от него так сказать „оптимальный" тип. Если таким типом окажется класс соседний со средним, например V-й класс, то распределение примет следующий вид.

Класс	I-й	0.1	1	.0	
	II	1.0	2	.1	
	III	4.4	4	.6	
	IV	11.7	8	3.1	
	V	20.5	16	11.0	$\beta_1=0,_{17}$ По диагр. Ринда
	VI	24.6	32	26.3	Кривая IV типа
(„Оптимальный")	VII	20.5	64	43.9	$\beta_2=3,_{79}$
	VIII	11.7	32	12.5	
	IX	4.4	16	2.3	
	X	1.0	8	.3	
	XI	0.1	4	.0	
				100.0%	

и вычисление покажет, что получилось распределение IV-го типа. Тип кривой снова изменился. Передвигая „оптимальный" класс далее к краю, мы получим такое распределение:

		Частоты в %	Коэффициент жизнеспособности	Окончательное распределение	
Класс	I-й	0.1	1	.0	
	II	1.0	2	.0	
	III	4.4	4	.4	
	IV	11.7	8	2.1	$\beta_1=0,_{38}$ По диагр. Ринда
	V	20.5	16	7.5	$\beta_2=3,_{37}$ Кривая I-го типа
	VI	24.6	32	18.1	
	VII	20.5	64	30.2	
(„Оптимал.")	VIII	11.7	128	34.5	
	IX	4.4	64	6.5	
	X	1.0	32	.7	
	XI	0.1	16	.0	
		100.0		100.0%	

Кривая из четвертого типа перешла в I-й. Если найти на диаграмме Ринда положение предыдущей кривой и этой, то легко понять, что, переходя из IV-го типа в I-й, она дол-

жна была пересечь места кривых типов V, VI и III. Таким образом в зависимости от того, где на небольшом участке абсциссы придется „оптимальное“ развитие признака, кривая его распределения может быть IV-го, V-го, VI-го, III-го или I-го типа *). Нечего и говорить, что ни о каких „типах“ в биологическом смысле здесь говорить не приходится.

Там, где математически проходят границы, биологических границ никаких не проходят, а если такие границы где либо и имеются, что, конечно, весьма вероятно, то они еще подлежат отысканию стараниями уже самих биологов, а не математиков.

Изложенные соображения имели целью показать, от каких незначительных причин биологическая кривая может изменить свой математический тип. Биометриками же было это обнаружено и в действительности. Так Пирль и Сюрфас при изучении наследственности и изменчивости яйценоскости кур-плимутроков обнаружили, что в иных случаях 100 кур в одном птичнике дают кривую одного типа, а 150 кур в соседнем птичнике дают кривую другого типа. Обширные исследования изменчивости молочности коров дали в разных случаях кривые не менее как четырех различных типов, при чем это разнообразие очевидно не имело никакого глубокого смысла, а было вызвано отчасти причинами, аналогичными изложенным, а отчасти тем „любительским“ отношением к более редким типам кривых, о котором мы говорили.

Наконец, блестящие эксперименты Г. Клебса с молодилом (Sedum) показали экспериментально, насколько кривая распределения (в его опытах исследовалось распределение числа тычинок в цветках, колебавшегося от 0 до 10 и более) зависит от внешних условий, в которых вариация происходит. На прилагаемом рис. 3-ем даны некоторые из кривых для иллюстрации того поразительного разнообразия, которое получалось в опытах Клебса. Эти опыты на наш взгляд так же говорят за то, что математические Пирсоновские „типы“ кривых для биолога вряд ли могут иметь какое бы то ни было значение „типов“. Очевидно, что биологам предстоит здесь проделать еще большую работу для уяснения того, возможно ли произвести какую-либо классификацию кривых распределения, уже исходя из биологических принципов. Возможно даже, что таких общебиологических принципов классификации кривых распределения и не существует, а что каждая проблема потребует своей собственной класси-

*) Разумею, конечно, типы не аналитические, а определенные помощью вычисления из эмпирического материала величины β_1 и β_2. Биолог имеет дело лишь с такими кривыми.

фикации. Подобно тому, как физик, изучающий свойства воды, классифицирует различные температуры на группы „ниже нуля", „от нуля до ста градусов" и „выше ста градусов" с переходными между ними температурами в 0 и 100 градусов Цельсия, исходя из свойств воды, а физик, изучающий свойства эфира или ртути, будет классифицировать температуры совершенно иначе и для него температура в 0 и в 100 не будет иметь никакого значения—так точно и биологу, изучающему явления изменчивости, вероятно понадобится другая классификация кривых распределения чем биологу, изучающему наследственность, и т. д., о чем мы еще будем говорить ниже в главе о наследственности.

Однако неустойчивость вида кривых и их зависимость от ряда внешних и иных условий, делая ненужной, ничего биологу не говорящей классификацию Пирсона, в то же время обещает дать еще не мало биологии, если внимание исследователей будет обращено не на вопросы о типах кривых, а на такие об'ективные элементы, характеризующие кривые как величины различных моментов, величины β_1 и β_2 и т. д. К сожалению, и экспериментальное планомерное изучение вопроса о том, как изменяются эти элементы распределения в зависимости от тех или иных воздействий на варьирующие организмы, еще не начато.

Критикуя значение Пирсоновских кривых в биологии, мы уже перешли от обсуждения роли статистики, как метода описания к роли статистического метода, как метода анализа явлений, их об'яснения. Однако мы указали на известное разочарование, которое испытываешь, пытаясь статистический метод использовать как метод об'яснения явлений. Ниже мы увидим еще примеры того, насколько слабы и неустойчивы оказались выводы построений на одной статистической обработке материалов. Однако существует точка зрения, что все разочарование основано на том, что предварительно на статистический метод были возложены совершенно необоснованные надежды, что статистический метод есть метод чисто описательный и никакого „вывода" из описываемых им явлений сам он не может и не должен делать—это дело уже других методов. С этим, однако, нельзя согласиться. Когда изменчивость данного явления удачно описывается нормальной кривой, это, конечно, хотя и не „об'ясняет" целиком явления, но тем не менее дает определенные указания на то, что данный признак подвержен целому ряду воздействий, влияющих на него в равной степени и в положительную и в отрицательную сторону, и чисто математические соображения „об'ясняют", почему редкие, сильные уклонения оказываются в меньшем количестве и именно в таком меньшем количестве, которое

может быть вычислено. Наличность „об'ясняющего" элемента в голом статистическом описании в данном случае отрицать невозможно. И несомненно, что именно наличность этого элемента и привлекает биометриков, ибо, какое бы значение имело даже самое точное кропотливое описание явления, если бы оно нисколько не помогало бы нам понять явление?

Биометрическое исследование не ограничивается, конечно, одними кривыми распределения. Однако почти все сказанное об этих кривых может быть отнесено и к учению о корреляции. В основе исследования корреляции лежит всегда не менее двух кривых распределения, и полная неисследованность вопроса о зависимости кривых распределения от тех или иных условий делает в большинстве случаев совершенно бесполезным вычисление корреляции, а особенно с той точностью, с которой ее любят вычислять истинные биометрики. Опять таки здесь сказываются различные требования, пред'являемые к этим вычислениям.

Когда биолог вычисляет корреляцию между „правым и левым большими пальцами английских женщин зажиточного класса", ему конечно вовсе не требуется найти уравнение регрессии, пользуясь которым, можно было бы, зная длину одного пальца, с возможной точностью вычислить вероятнейшую длину другого пальца.

Ему хочется подвергнуть анализу явление симметрии организма. Но для такого анализа данный метод сейчас еще совершенно не приложим. Коэффициент корреляции оказывается в сильнейшей мере зависящим от того материала, для которого он вычисляется. Другая группа женщин, несколько иная по национальному или даже классовому составу, возрастному составу и т. д., даст другую величину коэффициента корреляции и при современном уровне науки даже груда таких цифр ровно ничего не дает биологу.

Однако разбирать этот вопрос подробнее мы здесь не можем. Мы перейдем к рассмотрению отдельных глав эволюционного учения и на них проследим то, что может дать статистический метод в различных условиях его применения.

Здесь мы прежде всего остановимся на применении биометрического метода к наблюдению за эволюционным процессом.

Как известно, с точки зрения, развитой Ч. Дарвином, мы являемся постоянными свидетелями величественного хода эволюции органического мира. Непрерывно, хотя и до незаметности медленно изменяются все виды животных и растений по пути ли прогресса или регресса, усложнения или упрощения. Но подобно тому, как неподвижными кажутся

нам „неподвижные звезды", несмотря на их стремительный полет в пустынях мира, так и формы органического мира кажутся нам неизменными. Но очевидно также, что как введением телескопов и микрометрических измерений астроному все таки удается проследить этот незаметный издали полет светил, так возможно себе представить, что и медленный ход эволюции может и должен быть измерен.

Таким „микроскопом" для рассматривания эволюционного процесса является биометрика. Основное рассуждение здесь таково. Пусть мы имеем, например, два дерева—дерево-мать и дерево-дочь. Вообще говоря, между ними никакой разницы как будто нет. Но очевидно, что когда то такого вида дерева не было и, следовательно, дерево-мать должна чем то отличаться от ее предков. Точно также можно не сомневаться в том, что когда-нибудь этого вида уже не будет на земле, останутся лишь его изменившиеся потомки. Но раз от этих предков до потомков идет непрерывный ход изменения, должны отличаться между собой и данные два поколения—дерево-мать и дерево-дочь. Пусть отличие это будет ничтожно, так что, сорвав пару листьев с того и другого дерева, мы никакой определенной разницы не заметим. Но в статистике мы имеем метод, при помощи которого можно обнаружить и ничтожно малую разницу. Нужно измерить только такое количество листьев, чтобы разница между средними арифметическими для матери и для дочери вышла за пределы вероятных ошибок.

Примером работ такого рода является исследование эволюции краббов у берегов Англии в течение ряда лет. Уэльдон производил измерения длины и ширины панцыря краббов и обнаружил, что из года в год отношение этих промеров слегка, но систематически, меняется.

Года:	Среднее отношение длины к ширине:
1893	76 : 100
1895	75 : 100
1898	74 : 100

Перед нами как бы ясная картина эволюции, постепенного укорочения (или расширения) панцыря, для которого Уэльдон даже попробовал подобрать об'яснение, показав, что в условиях исследованной бухты, в которой вода замутилась, благодаря выстроенному молу, широкопанцырные краббы оказались в более выгодном положении. Начался естественный отбор и согласно Дарвиновской точке зрения из года в год началось изменение краббов, уловимое правда лишь статистическим методом.

Однако дальнейшие исследования, произведенные датским ботаником Иоганнсеном, показали, что такого рода голо-статистическое решение вопроса слишком наивно. Он показал, что изменения, подобные сейчас описанным, к эволюционному процессу могут не иметь никакого отношения. В самом деле, эволюционный процесс с точки зрения современной вовсе не состоит лишь в одном, даже и систематическом, изменении внешности организма. Теперь, когда (главным образом именно после Иоганнсена) проведено такое резкое различие между признаками наследственными и ненаследственными, мы должны понимать эволюционный процесс именно, как процесс изменения и создания новых наследственных свойств.

В своей, сделавшей эпоху, работе Иоганнсен показал, что решить вопрос о том, происходит ли изменение наследственных свойств организмов из поколения в поколение, можно только на „чистом“ материале. Если исходный, взятый для изучения, материал будет не чистым, а в нем будут смешаны особи с различными наследственными свойствами, то картина постепенной эволюции может получиться потому лишь, что постепенно произойдет отбор из смеси какого-либо чистого однородного материала.

Далее Иоганнсен установил, что для того, чтобы можно было изучать эволюционный процесс, нужно исходить из чистого материала, из так называемых „чистых линий“, в которых все особи имеют совершенно одинаковые наследственные свойства, даже в том случае, если их внешность и не совсем тождественна. (Последнее обстоятельство может произойти под влиянием различных внешних условий, которые или затруднят или, наоборот, облегчат проявление этих наследственных свойств во вне).

Работу свою Иоганнсен проделал с бобами. Из покупного материала сначала были выделены чистые линии (от самоопыленных растений) и потом такие чистые линии разводились из года в год и из года в год величина бобов (семян) и др. признаки подвергались статистической обработке.

Результат этих обширнейших и тщательных опытов оказался для дарвинистов своего рода бомбой. Оказалось, что при такой постановке опытов никакой эволюции наблюдать нельзя, несмотря даже на самый энергичный искусственный отбор. Несмотря на то, что в каждой линии высевались, с одной стороны, самые крупные семена (а от них в следующем году опять лишь самые крупные и т. д.), а с другой—самые мелкие (а от них в следующий год опять лишь самые мелкие и так далее), по прошествии шести поколений ни малейших следов эволюции не обнаружилось.

Приводимая таблица дает результаты одного из многих шестилетних опытов с весом семян.

Годы.	Средний вес семян материн. растений.		Разница между ними	Средний вес семян потомства.		Разница между ними
	α в минус-линии.	β в плюс-линии.	β—α	a в минус-линии.	b в плюс-линии.	(b—a)
1902	60 гр.	70 гр.	10	63.15±1.02	64.85±0.76	+0.70±1.27
1903	55	80	25	75.19±1.01	70.88±0.89	—4.31±1.35
1904	50	87	37	54.59±0.44	56.68±0.36	+2.09±0.57
1905	43	73	40	63.55±0.56	63.64±0.41	+0.09±0.69
1906	46	84	38	74.38±0.81	73.00±0.72	—1.38±1.08
1907	56	81	25	69.07±0.79	67.66±0.75	—1.41±1.09

В результате шестилетнего интенсивного отбора минус-линия не только не оказалась легче плюс-линии, но даже слегка превысила ее, хотя эта разница оказалась в пределах ошибки.

Последний столбец этой таблицы показывает ежегодную разницу между плюс и минус-линиями с указаниями средней ошибки этой разницы. Изо всех шести лет только один год (третий) дал разницу, превысившую среднюю ошибку более чем в три раза (2,09±0,57), во всех же остальных случаях разница оказалась ничтожной, и к тому же в трех случаях „плюс-линия“ оказалась тяжеле минус-линии, а в трех случаях, наоборот, более тяжелой оказалась даже минус-линия. Так именно было и на последний шестой год. Впрочем разница и здесь оказалась слегка лишь превышающей свою ошибку, или, иными словами, не заслуживающей никакого внимания.

В результате нескольких десятков тысяч измерений Иоганнсен достаточно прочно обосновал свой вывод об отсутствии в чистых линиях эволюции в дарвиновском смысле—в виде медленного, но непрерывного процесса, который мы не можем заметить лишь благодаря его незначительности.

На основании этих классических опытов широко распространилась идея „о бессилии отбора“ в пределах чистых линий, идея о том, что здесь сколько ни отбирай, все равно ничего не изменишь. Опыты отбора были поставлены потом целым рядом ученых и ботаников, и зоологов—всегда с неизменным результатом: отбор действителен только в начале опыта, когда нельзя поручиться за чистоту исходного материала. Но как только его наследственная однородность становится фактом, никакой дальнейший отбор не дает ни малейших результатов, „эволюционный процесс“ прекращается, очевидно, и не начинаясь: то, что казалось в первых

поколениях „эволюцией“, было лишь результатом очищения материала. Между тем ясно, что в природе „эволюционный процесс“ вовсе не состоит только в очищении материала, а и в новообразовании форм.

В течение последних полутора десятилетий в лаборатории проник новый об'ект—маленькая мушка Дрозофила, благодаря быстрой своей размножаемости (поколение, за поколением может следовать через 10 дней), ставшей незаменимой для всех опытов, требующих наблюдения за несколькими поколениями. Опыты Иоганнсена были немедленно же повторены и на ней, и с тем же результатом—вначале был некоторый эффект отбора (число щетинок, размеры глаза и др.), а затем действие всякого отбора прекращалось.

Однако и это было только „вначале“. В то время, как опыты Иоганнсена обнимали 4—6 поколений, опыты отбора мух по числу фасеток в глазу доведены уже к 1922 году до 42-го поколения. И при таких размерах опыта обнаружились снова иные результаты. Отбор успехом увенчался и плюс и минус-линии разошлись еще дальше друг от друга.

Экспериментально-статистическое исследование Зелени наиболее выдающееся из подобных работ, произведено с узкоглазой линией Дрозофилы, известной под именем „Бар“. По сравнению с дикой формой у нея значительно уменьшен глаз, что делает счет фасеток более легким.

Ход всего опыта был таков. От родителей, принадлежавших к чистой линии бар, (оказавшейся все таки еще не достаточно чистой, так как вообще у насекомых потомство от одной единственной особи не может быть получено), поведены были две линии „высокая“, (плюс-линия) в которой отбирались мухи с большим числом фасеток и другая „низкая“, (минус-линия) в которой отбирались мухи с малым числом фасеток. Для каждого поколения статистически определялось среднее арифметическое количество фасеток (отдельно для самцов и самок).

В первых поколениях отбор дал быстрые результаты. Очевидно, что в имевшемся исходном материале находилось несколько генов, на которые до того времени не обращалось внимания, но которые тем не менее оказывали влияние на число фасеток глаза. Поэтому, уже начиная со второго поколения, в „плюс-линии“ всегда оказывалось большее число фасеток, чем в „минус-линии“.

Очищение это в минус-линии прошло несколько быстрее, чем в плюс-линии, но и там в конце концов действие отбора прекратилось.

На двадцать первом поколении в плюс-линии обнаружилось однако новое поднятие числа фасеток. Это поднятие коснулось сперва лишь одних самок. Благодаря тому,

Результаты длительного отбора дрозофил по числу фасеток глаза.

Поколение	Число фасеток (выраженное в классах).						Средняя разница.	Примечание.
	САМКИ.			САМЦЫ.				
	Плюс-лин.	Минус-лин.	Разница.	Плюс-лин.	Минус-лин.	Разница.		
1	+ 3.03	—2.07	+ 5.10	—0.35	—4.85	+ 4.50	+ 4.80	Период распределения уже имевшихся генов по соответств. линиям.
4	+ 8.22	—1.03	+ 9.25	+3.71	—6.03	+ 9.74	+ 9.49	
8	+ 4.99	+0.08	+ 4.91	+3.04	—5.22	+ 8.16	+ 6.53	
12	+ 7.27	—1.98	+ 9.25	+6.43	—6,61	+13.04	+11.14	Период оконч. очищ. минус-лин., после чего она осталась неизменной до конца опытов.
16	+ 8.17	—2.76	+10.23	+4.21	—8.67	+12.88	+11.90	
20	+ 6.72	—4.07	+10.76	+3.05	—9.61	+12.66	+11.71	Период появл. в плюс-линии устранен потом летального гена, повышавшего число фасет. у самок.
24	+ 8.07	—4.84	+12.94	+3.82	—7.82	+11.64	+12.29	
28	+11.65	—3.59	+15.24	+6.77	—8.36	+15.13	+15.18	
32	+ 9.04	—1.89	+10.93	+4.38	—7.00	+11.38	+11.15	Период влияния мутации в аутозоме, усилившей число фасет., заметное преимущ. у самцов.
36	+ 9.17	—3.57	+12.14	+6.27	—8.76	+15.03	+13.88	
40	+ 9.36	—3.36	+12.72	+5.44	—9,22	+14.66	+13.69	

что подсчеты самцов и самок велись отдельно, дело выяснилось. Под'ем числа фасеток у самок сопровождался изменением соотношения числа полов—самцов стало появляться вдвое меньше нормы. Это явилось несомненным признаком того, что в половой хромозоме произошла новая мутация, влияющая на число фасеток, и в то же время сопровождающаяся „летальным" действием, то есть убивающая тех самцов, у которых она оказывается (самцы имеют лишь одну половую хромозому и всякое серьезное изменение ее убивает их. У самок две половых хромозомы, поэтому летальное изменение в одной из них нейтрализуется другим партнером, оставшимся неизмененным).

Приблизительно одновременно с появлением этой мутации замечен был легкий под'ем числа фасеток и у самцов. Так как все самцы с предыдущей мутацией погибали, то очевидно под'ем числа фасеток у самцов нельзя было отнести за ее счет. Через несколько поколений экспериментатор освободил свою линию от упомянутой „летальной" мутации и тогда обнаружилось, что число фасеток и у самцов и у самок не вернулось к прежнему, а осталось все же несколько повышенным. Очевидно, здесь произошла новая мутация, повлиявшая на число фасеток глаза. Отбором она была уловлена и повысила число фасеток во всей линии. Дальнейшими опытами было показано, что новая мутация возникла в одной из неполовых хромозов (ниже стр. 157).

Так ряд экспериментально-статистических исследований, охватывающих все большее и большее число особей и поколений, нарисовал нам возможный ход эволюционного процесса и роли в нем естественного отбора, дав формулировку значительно более подробную и точную, чем в свое время мог сделать это Дарвин. В конечном итоге картина получилась такая же: под действием отбора постепенно накапливаются мелкие наследственные уклонения, результат их действия суммируется и организм все далее отходит от исходного типа. По сути дела произошло резкое разделение тех „мелких уклонений", о которых в общей форме говорил Дарвин, приписывая им самое разнообразное происхождение на две группы, имеющие совершенно различное значение для эволюции. Одна группа мелких уклонений получается в результате различных, доступных нашему влиянию, внешних факторов, действующих на развивающийся организм. Другая группа, порой таких же малозаметных уклонений, которые происходят в виде внезапных изменений в хромозомах, по причинам, остающимся для нас пока совершенно неясными.

Первая группа уклонений не передается совершенно по наследству и никакой роли в эволюции не играет, вто-

рая группа по наследству передается в неизменном, вообще говоря, виде и несомненно в эволюции роль играет. Насколько эта роль велика, сейчас впрочем сказать еще невозможно. В эволюции домашних животных роль этих внезапных уклонений (мутаций) исключительная.

Для понимания роли отбора, как лишь накопителя мутаций, а не их автора, важно отметить, что по статистическим подсчетам выяснилось, что и в плюс-линии (как и в минус-линии) мутации, увеличивавшие и уменьшавшие число фасеток, возникали одинаково часто.

Статистический метод в учении о наследственности.

Едва ли в какой другой отрасли биологии статистический подход к материалу дал такие блестящие результаты, как в учении о наследственности, стремительно развивающемся в наше время. И едва ли в какой другой области так ясно обнаружилась полная слабость этого метода, когда на него опираются целиком и сила метода, когда эксперимент ставит перед ним совершенно точные и конкретные вопросы, вытекающие из данных предыдущих экспериментов и требует от статистического метода только то, что он может дать.

Хотя явления наследственности проходили перед лицом человечества со времени появления человека и непрерывно останавливали на себе его внимание—до конца прошлого столетия даже наука знала о наследовании признаков только то, что они или передаются по наследству или нет, передаются целиком или частично с какой то скрытой закономерностью, но и с такой же явной случайностью, лишавшей возможности что-либо предсказывать дальше известной пророческой формулы „либо дождик, либо снег—либо будет, либо нет".

Повидимому, одной из главных причин такой непонятности явлений наследственности было то, что об'екты, на которых производились в наиболее яркой форме наблюдения за наследственностью (собственные дети и потомки сельско-хозяйственных животных), не допускали статистического к ним подхода. Ближе всего к решению проблемы подходили ботаники (Ноден, Дарвин) и им не хватало только статистического размаха, который обнаружил Мендель для того, чтоб увидать то, что увидал он. О Менделе скажем однако несколько позже. Работа его пролежала под спудом забвения до 1900-го года, а за это время наследственность была подвергнута чисто статистическому исследованию Гальтоном и Пирсоном как бы для того, чтобы иллюстрировать слабые и сильные стороны метода.

Школа биометриков впервые стала на ту точку зрения, что наследственность можно рассматривать как частный случай корреляции в биологии. Можно изучать корреляцию между длиной руки и ноги человека, между длиной правой и левой руки, между длиной руки брата и сестры или двух братьев, наконец, между длиной руки отца и сына. В одном случае это будет изучением законов строения организма, его симметрии, в другом случае это будет изучением наследственности.

Статистическое исследование наследования роста у человека, произведенное Гальтоном, было тоже своего рода делающим эпоху по несомненной гениальности своего подхода к проблеме. Собрав данные о росте большого ряда семейств англичан, Пирсон построил корреляционное поле между ростом родителей и ростом детей (женский пол был приведен к мужскому умножением на „половой коэффициент“ 1,08). Таблица эта имеет следующий вид:

Средний рост родителей в дюймах.	РОСТ ДЕТЕЙ:													Сумма дет. дан. группы родителей	Средний рост детей
	<62″	62″	63″	64″	65″	66″	67″	68″	69″	70″	71″	72″	73″	>73″	
>725												1	3		4	
725								1	2	1	2	7	2	4	19	722
715					1	3	4	3	5	10	4	9	2	2	43	699
705	1		1		1	1	3	12	18	14	7	4	3	3	68	695
695			1	16	4	17	27	20	33	25	20	11	4	5	183	689
685	1		7	11	16	25	31	34	48	21	18	4	3		219	682
675		3	5	14	15	36	38	28	38	19	11	4			211	676
665		3	3	5	2	17	17	14	13	4					78	672
655	1		9	5	7	11	11	7	7	5	2	1			66	667
645	1	1	4	4	1	5	5		2						23	658
<645	1		2	4	1	2	2	1	1						14	
															928	

Таблица эта дает возможность сделать следующие выводы, которые и были из нее сделаны.

Явление наследования может быть учтено методом корреляции. Вычисление корреляции дает возможность констатировать—происходит ли наследственная передача исследуемого признака от родителей к детям и оно же может дать ответ на вопрос о том, в какой именно степени исследуемый признак передается по наследству.

Действительно, в чем должна заключаться картина наследования, в данном случае—роста? В том, что потомство родителей различной высоты (т.-е. высоких родителей, средних родителей, низких родителей) будет не одинаково и будет в той или иной степени повторять характер родителей. Как мы видим из таблицы, это следует с очевидностью—

потомство более высоких родителей имеет и более высокий рост и наоборот. Что касается степени передачи признака по наследству, то она может быть выяснена таким образом. Возьмем группу родителей, отличающихся от среднего роста, например, на 3 дюйма в большую сторону. Если этот признак передастся детям „целиком", то и дети, очевидно, в среднем будут уклоняться от среднего роста тоже на 3 дюйма. На самом деле этого не происходит. Потомство родителей в 71,5 дюйма имеет в среднем только 69,9 дюймов, т.-е. уклоняется лишь примерно на $^2/_3$ того уклонения, на которое уклоняются родители. Аналогичным образом потомство 65,5-дюймовых родителей имело в среднем 66,7 дюйма, т.-е. уклонялось от среднего роста тоже примерно лишь на $^2/_3$ уклонения родителей.

На основании всех подобных вычислений Гальтон пришел к такому выводу.

Признаки родителей, вообще говоря, передаются по наследству детям, но передаются не целиком, а в некоторой доле, в данном случае лишь на $^2/_3$. Иными словами потомство всегда стремится по сравнению с родителями вернуться к среднему росту. Гальтон развил далее целую теорию влияния предков высших поколений (дедов, прадедов и т. д.) для об'яснения этого явления „регрессии" к среднему типу. Мы, однако, не будем на этом останавливаться. Происшедшее в это время открытие менделевских законов наследственности показало, что данный закон Гальтона ничего общего с „законами наследственности" не имеет и даже стоит в полном противоречии с одним из основных положений менделизма, утверждающим, что признаки передаются по наследству „целиком". Но на ряду с этим существует второй менделевский „закон расщепления", гласящий, что в известных условиях известный процент детей получает данный признак, а оставшаяся часть не получает его вовсе. Если же потомство исследовать оптом, не дробя его на категории „получивших" и „не получивших", то естественно будет казаться, что признак передался не целиком, а каждый потомок в среднем получил часть признака родителей.

Таким образом, хотя Гальтоновский закон наследования и оказался математически совершенно верным и был подтвержден рядом других исследований на различных об'ектах, тем не менее он завел бы биологию в сторону прямо противоположную истине, еслиб законы наследственности в это время не были бы открыты другими биологами.

В недавнее время вопрос о наследовании роста у человека снова подвергнут обследованию Дэвенпортом по обширным материалам Американского Евгенического бюро. Работа по существу тоже статистическая. Но в соответствии с глубоким изменением, которому подверглись наши взгляды

на явления наследственности, материал был подвергнут совершенно иной группировке, в результате чего оказались совершенно иными и выводы. Подробнее, однако, на этом исследовании мы здесь останавливаться не можем.

Как уже было упомянуто, современное здание учения о наследственности построено на маленькой, в 40 страниц, работе Менделя, опубликованной в 1865 году, но пролежавшей в полном забвении до 1900 года, когда ее вновь открыли. Суть открытия Менделя заключалась в том, что он установил факт закономерного распадения потомков гибридных родителей на две категории: категорию получивших по наследству данный признак и категорию не получивших этого признака. При этом он показал, что эти категории получаются в определенных числовых отношениях друг к другу. Так, например: если мы будем исследовать потомство гороха, полученного от скрещивания сорта с желтыми семенами и сорта с зелеными семенами, то это потомство распадется на две категории в отношении 3 : 1—три части будут иметь желтые семядоли и одна часть—зеленые. В других условиях может быть получено отношение 1 : 1. В этом смысле открытие Менделя стоит в замечательном параллелизме с открытием Дальтона о кратности тех отношений, в которых соединяются друг с другом химические элементы. И подобно тому, как открытие Дальтона легло в основание атомистической теории, стремительно двинувшей вперед химию, так и открытие Менделя стремительно двинуло учение о наследственности и даже всех соприкасающихся биологических дисциплин.

Напомним, что мы говорили вначале о различии чисел в биологии и в химии. Точное взвешивание сразу показало Дальтону эти кратные отношения. Между тем целый ряд биологов наблюдал те же самые факты, которые наблюдал и Мендель, но понять, что здесь происходит распадение на категории в известных кратных отношениях, помогло Менделю главным образом размах его опытов, его своего рода, бессознательно-статистический подход. В приведенном примере окраски горошин Мендель подверг исследованию более 8.000 семян и, получив в результате отношение 6022 желтых семян и 2001 зеленых, он понял, что здесь имеется не „большинство желтых и меньшинство зеленых“, даже не „75% желтых и 25% зеленых“, а именно простое отношение 3 : 1. Конечно, это была интуиция, но интуиция, облегченная статистистическим размахом опыта.

Таким же путем установил Мендель и второй свой закон „свободного комбинирования наследуемых признаков“. Он показал, что если следить за наследованием двух каких-либо признаков (например окраской семян и их формой), то каждый из признаков наследуется по установлен-

ному закону, заставляя потомство распадаться на две категории в отношении 3 : 1. Но так как каждый признак наследуется независимо от другого, то среди 3 частей желтых семян 3 части (или $^{9}/_{16}$) будут гладкими, а 1 часть (или $^{3}/_{16}$) будет морщинистой, а среди оставшейся 1 части зеленых опять таки 3 части (или $^{3}/_{16}$) будет гладкой и 1 часть (или $^{1}/_{16}$) будет морщинистой. В итоге получается так называемая „дигибридная формула Менделевского расщепления“ 9 : 3 : 3 : 1, показывающая, что при наблюдении за наследованием двух признаков во втором поколении потомство гибридов должно распасться на четыре категории. В данном примере, например, будет:

9 частей желтых гладких,
3 части желтых морщинистых,
3 части зеленых гладких и
1 часть зеленых морщинистых.

Основанием для открытия этого отношения послужил, например, следующий опыт, в котором было получено:

315 желтых гладких,
101 желтых морщинистых,
108 зеленых гладких и
32 зеленых морщинистых.

Менделем тогда же было дано об'яснение этому отношению 3 : 1 или 9 : 3 : 3 : 1 и он показал, что в основе их лежат другие отношения 1 : 1 или 1 : 1 : 1 : 1; он показал, что когда образуются половые продукты, мужские и женские распадаются на две (в случае одного признака) категории, „несущих наследственный зачаток“ и „не несущих наследственного зачатка“ в отношении 1 : 1. Если в наследовании мы будем следить за судьбой двух признаков, то половые продукты гибридов будут распадаться на четыре категории в отношении 1 : 1 : 1 : 1, таким образом:

25% несущих оба надследственных зачатка.
25% несущих только первый зачаток.
25% несущих только второй зачаток.
25% не несущих ни одного из обоих зачатков.

В одном из опытов Менделя, ориентированных таким именно образом, чтобы иллюстрировать независимое наследование зачатков, вызывающих желтую окраску семян и морщинистую их форму, были получены при ожидавшемся отношении 1 : 1 : 1 : 1 такие цифры:

31 особь с круглыми гладкими желтыми семянами,
27 особей с желтыми и морщинистыми семянами,
26 особей с зелеными и гладкими семянами и
26 особей с зелеными морщинистыми семянами,

что достаточно близко реализовало ожидаемое отношение 1:1:1:1.

Громадное количество дальнейших работ, поставленных последователями Менделя, показало точность и всеобъемлемость его законов наследования, согласно „менделевским отношениям“ (т.-е. отношениям 3:1, 9:3:3:1, 27:9:9:9:3:3:3:1, 1:1, 1:1:1:1 и некоторым их дальнейшим видоизменениям: 9:3:4, 9:7 и пр.) и закон независимости признаков при наследовании. Трудно представить себе количество животных и растений, перемеренных или пересчитанных в этих опытах. Один опыт с желтыми и зелеными семянами, повторявшийся несколькими исследователями, охватил более 36.000 семян.

Однако скоро подобные опыты обнаружили наличие несомненных уклонений от менделевского закона о независимости признаков при наследовании.

Впервые эти уклонения были замечены Бэтсоном и Пеннетом на душистом горошке и получили название „сцепления“ и „отталкивания“ признаков при наследовании. Особенно подробной разработке эти явления сцепления и отталкивания были подвергнуты на мухе-дрозофиле Морганом и его школой. Суть этих явлений заключается в том, что в некоторых скрещиваниях исследуемые признаки распределяются по половым продуктам не согласно формуле 1:1:1:1, а по более общей формуле 1:n:n:1 или n:1:1:n, где n может изменяться от 0 до бесконечности.

Мы показали, что по закону независимости признаков при наследовании особь гибридного происхождения, имеющая наследственные зачатки A и B, образует в равном количестве четыре сорта половых продуктов (яиц или сперматозоидов). Если обозначим отсутствие зачатка A через „a“ и отсутствие зачатка B через „в“, то четыре этих категории можно изобразить так: AB, Aв, aB, aв. Категории эти возникают в равных количественных отношениях или иначе сумма двух средних категорий равна сумме двух крайних категорий.

В последнем примере, взятом у Менделя, сумма крайних категорий была 57, а сумма средних—53. При таком числе особей это различие укладывается в пределы вероятной ошибки и не имеет значения.

Однако в опытах Моргана целый ряд случаев дал совершенно несомненные уклонения от этого равенства сумм крайних и средних; так, например, при попарном исследовании признаков дрозофилы „желтая окраска тела“, „белая окраска глаза“, „алая окраска глаза“ и „рудиментарные

крылья“ вместо ожидавшихся равенств сумм крайних и средних членов отношения были получены такие:

Пары признаков	Сумма крайних	Сумма средних	Процентное отношение суммы средних к общему числу
„Желтый“ и „белый“	32218	354	1,1%
„Желтый“ и „алый“ .	6221	2117	34,0%
„Желтый“ и „рудиментарный“	1420	605	42,6%
„Алый“ и „рудиментарный“	850	183	21,5%

При рассмотрении этих данных надо обратить внимание на то, что „крайними“ категориями являются категории **AB** и **ав**, в которых оба наследуемых зачатка или одновременно имеются или одновременно отсутствуют. В категории же „средних“ входят типы **Ав** и **аВ**, в которых **А** и **В** разъединяются друг от друга. Очевидно, что если сумма крайних категорий превышает сумму средних, это можно прочитать так, что зачатки **А** и **В** преимущественно или передаются вместе или вместе же не передаются, или иными словами, они обнаруживают некоторую связь или сцепление друг с другом. Опыт показал далее, что если зачатки **А** и **В**, наследующиеся преимущественно совместно, все таки разорвались друг от друга, то в дальнейшем они начинают обнаруживать уже не сцепление, а как-бы отталкивание, происходящее впрочем лишь потому, что сцепленными оказываются не **А** и **В**, но **А с в** и **В с а**. На этом впрочем здесь мы не можем останавливаться подробнее.

Когда выяснилось, что уклонения от менделевского закона могут быть самой различной степени, от еле заметной до столь тесной, что зачатки **А** и **В** разрываются друг с другом только в виде редких исключений (как в случае зачатков „желтый“ и „белый“), то Морган предложил взять процент разрыва в качестве мерила силы сцепления (чем меньше процент разрыва тем сильнее сцепление), при чем сделал предположение, что эта сила указывает на близость расположения этих зачатков в том аппарате, который должен управлять наследственностью. Таким аппаратом уже задолго, на основании различного рода эмбриологических и патологических данных считались хромозомы ядра клеток. Морганом и было предположено, что зачатки признаков расположены в хромозомах и тем ближе друг к другу, чем более сильное сцепление они друг с другом обнаруживают.

Такая гипотеза позволила далее поставить вопрос и о взаимном расположении целой группы наследственных зачатков (называемых генами). Пусть мы имеем гены A, B и C. Назовем „расстояния" между ними, выражаемые в процентах их разрыва друг от друга, соответственно отрезками ав, ас и вс. Определив их из опыта, мы получим представление о взаимном расположении этих трех генов. При исследовании этого вопроса обнаружилось, что один из этих отрезков всегда равен сумме двух других *). Легко видеть, что построить треугольник, у которого бы одна сторона равнялась сумме двух других, невозможно, получается одна прямая линия. Так был доказан на основании сотен тысяч изученных мух закон Моргана о „линейном расположении генов". Стертеванту, одному из учеников и сотрудников Моргана, пришла в голову возможность составления целого „плана хромозом" и в настоящее время мы имеем для нескольких видов дрозофил подробно составленные планы хромозом, на которых указан порядок и взаимные расположения нескольких сотен наследственных зачатков. Замечательно, что подобный „генетический план", составленный исключительно на основании статистической обработки данных многочисленных скрещиваний, дал картину, до деталей сходную с той картиной хромозом, которая усматривается в микроскоп. Соответствие это заключается в совпадении числа хромозом, предсказанных генетическими опытами для каждого вида, с тем числом, которое у данного вида действительно имеется и в соответствии предсказанных различий в величине отдельных хромозом с теми различиями, которые действительно усматриваются. На приложенном рис. 4-ом изображены „планы хромозом" нескольких видов дрозофил и микроскопические картины хромозом у соответствующих видов.

Исходя из составленного уже плана хромозом для каждого скрещивания, можно вычислить его вероятные результаты. Сравнение вычисленных результатов с получающимися в опытах повело к открытию целого ряда дальнейших явлений, непрерывно углубляющих наше представление о механизме наследственности. Здесь на первом месте надо назвать открытие явления Интерференции. В кратких чертах явление это состоит в следующем. Если мы будем наблюдать за наследованием группы генов, расположенных в какой-либо хромозоме, например, группы:

A B C D E F G H K L M

то в случае разрыва между генами F и G, разрыв на каком-либо соседнем месте, например, между G и H резко затрудняется и следующий разрыв может произойти лишь

*) В том случае, впрочем, если отрезки малы. Когда отрезки велики, приходится вводить поправки, о которых здесь можно только упомянуть.

на некотором удалении от места первого разрыва. С другой стороны, на некотором определенном расстоянии от места первого разрыва новый разрыв даже облегчается. Создается впечатление о хромозомном аппарате, как об аппарате упругом. И современная генетика рассматривает хромозомы в тот момент, когда происходит разрыв в качестве двух упругих стержней, спирально закрученных друг вокруг друга.

Подобная модель чревата для науки еще трудно-оценимыми последствиями. На ее основании для каждого скрещивания мы делаем все более и более точные предсказания и, доводя опыт до все более и более обширных размеров, находим новые уклонения от предсказанных результатов. Правда, эти уклонения становятся все ничтожнее. Но вспомним, что Нептун был открыт на основании того, что Уран в своем движении уклонился всего лишь на минуту от вычисленной эфемериды. И систематичность получающихся уклонений заставляет мысль исследователя искать им все новых об'яснений. В настоящее время мы можем уже говорить о таких вещах, как о различной „упругости" различных участков хромозом, о наличии некоторых „особых точек", через которые не переходит волна интерференции, о различии внешних воздействий на различные участки хромозом—о многом таком, что еще недавно не могло притти в голову цитологам, с трудом рассматривающим при самых сильных увеличениях эти хромозомы дрозофилы. Генетический анализ, пользующийся своим экспериментально-статистическим методом, проник уже далеко за границу видимости и с каждым новым исследованием проникает все глубже и глубже, подходя быть может к механике тех гигантских молекул, из которых созданы организмы.

Чтобы закончить очерк участия статистического метода в учении о наследственности, вернемся к чисто статистическим исследованиям. В исследованиях наследственности остаются области, куда эксперимент проникнуть не может и вероятно не проникнет никогда. Это наиболее для нас близкая область наследственности у человека. И здесь мы поневоле вынуждены ограничиваться статистическим исследованием того громадного количества скрещиваний, которые хотя и неплановомерно, но почти на любую тему поставлены самим человечеством. Генетику остается лишь классифицировать эти скрещивания и подсчитывать их результаты и по мере того, как в среду врачей и других деятелей, имеющих более близкое соприкосновение с человеком, проникает современное понимание механики наследования, их работы приобретают все более ценный результат, и несомненно, что именно таким статистическим работам предстоит в будущем распутать сложную область человеческой наследствен-

ности вплоть до наследования высших психических способностей его.

Изучение наследственности, а в частности наследования признаков количественных (величина органов, вес, различного рода хозяйственные свойства сельско-хозяйственных животных, как-то: молочность, жирномолочность, яйценоскость, способность использовать корм и проч.), при котором невозможно бывает строго разграничить категории „получивших наследственный признак" от „неполучивших" предъявляет к статистике новые требования. В настоящее время во многих случаях выяснено, что подобного рода важные для человека признаки зависят одновременно от нескольких генов, внешнее проявление которых более или менее сходно. Подобные случаи обычным менделевским анализом не могут быть решены. Если, например, мы скрестим кролика короткоухого с кроликом длинноухим, то гибриды получат уши средней длины, а их потомство обнаружит очень широкую вариацию, крайними вариантами которой будут опять длинные уши и короткие уши дедов. Перед генетиком встает задача сосчитать число генов участвующих в скрещивании. Пусть, например, мы имеем две породы, при чем у длинноухой породы имеется три зачатка, каждый из которых удлиняет ухо, например, на 1 сантиметр. В организме кролика (и др. животных и растений) хромозомы считаются парами, при чем один член каждой пары получен от матери, другой член пары получен от отца. Если все три зачатка A, B и C получены кроликом и с материнской и с отцовской стороны, что бывает в чистых породах, то наследственная формула длинноухого кролика будет AABBCC, а формула короткоухого кролика будет aabbcc, так как он ни от отца, ни от матери не получил „генов, удлиняющих уши". Гибрид их получит три гена от одного родителя и ни одного от другого. Потому его формула будет Aa, Bb, Cc. В соответствии с этим уши его будут промежуточной длины, на три сантиметра короче ушей длинноухого родителя и на три сантиметра длиннее ушей короткоухого. Потомство этих гибридов будет уже очень разнообразно, так как они по наследственным формулам распределятся таким образом:

Шесть больших букв будет иметь одна часть потомства (AABBCC).

Пять больших букв будет иметь 6 частей потомства (AABBCc, AABBcC, AABbCC, AAbBCC и т. д.).

Четыре больших буквы будут иметь 15 частей потомства (AABBcc, AABbcC, AAbBCc, aABbCC и т. д.).

Три больших буквы будут иметь 20 частей потомства (AABbcc, AaBbCc и т. д.).

Две больших буквы будут иметь 15 частей потомства (AAbbcc, aBcc, aAbbcC и т д.).

Одну большую букву будут иметь 6 частей потомства (Ааввсс, АаАввсс, ааВвсс, аавВсс и т. д.).

Ни одной большой буквы не будет иметь 1 часть потомства (ааввсс).

Если, например, короткоухий кролик имел уши в 10 сантиметров, то длина ушей всего потомства даст такое распределение по длине ушей.

16 сантиметров	1 часть потомства
15	6
14	15
13	20
12	15
11	6
10	1

В то время, как длина ушей их родителя была однообразной (13 сант. с неизбежной вариацией), длина детей обнаруживает сильную вариацию, зависящую очевидно от числа генов и от действия каждого гена. В данном случае мы взяли простейший случай, предположив, что действие каждого из трех генов одинаково. Для каждого случая сравнение изменчивости в двух поколениях друг с другом дает возможность непосредственно узнать число участвующих генов.

Очевидно, однако, что это только частный случай. Практически всегда эти гены различны. И поэтому кривые распределения, получающиеся в этих случаях, будут обычно иных типов. В рассмотренном нами случае мы имеем дело с биномиальным распределением $(1+1)^6$. В том случае, когда формула Аа и Аа, Вв и Вв, Сс и Сс дают одинаковый внешний эффект, что бывает при так называемом полном доминировании А над а, В над в и С над с, распределение будет следовать биному $(3+1)^3$, то есть тоже не выходить из Пирсоновских типов (I-й тип). Но вообще говоря, эти Пирсоновские типы распределения будут частными случаями гораздо более общего распределения, когда комбинирующиеся элементы имеют неравную величину. Здесь открывается область для обширного математического исследования.

Правда, при большом количестве элементов они сами подчинятся закону больших чисел, сами дадут биномиальное распределение и общая кривая распределения вернется к Пирсоновским типам. Но с такими случаями генетику приходится иметь дело редко, и они ему неинтересны. Гораздо интереснее для него случай малого количества комбинирующихся разнородных элементов, дающих в результате явные или скрытые многовершинные кривые распределения. Между тем к анализу многовершинных кривых статистика подходит еще очень робко.

Измерение сходства.

Теперь нам остается вкратце осветить значение недавно открытого нового приложения статистического метода— к измерению сходства сложных явлений.

Понятие сходства принадлежит к числу наиболее обычных понятий, с которыми биологу приходится встречаться на каждом шагу.

И хотя мы непрерывно говорим о „большем и меньшем сходстве", мы до настоящего времени не обладаем никакой мерой этого сходства.

В тех случаях, когда исследуется сходство по какому либо отдельному признаку, поддающемуся измерению или оценке по шкалам, мы в состоянии бываем измерить это сходство или различие. Но коль скоро ставится вопрос о сходстве вообще в том смысле хотя бы, в каком говорят о семейном сходстве или о сходстве видов и родов, мы сталкиваемся с величайшими затруднениями. Зададим такой, например, вполне, казалось бы, законный, вопрос: где больше сходства, между собакой и лошадью или между курицей и уткой? В области систематики, в области учения об эволюции, где постоянно приходится говорить о быстром или медленном изменении, в области наследственности, в ряде других случаях подобные вопросы встают на каждом шагу и мы чувствуем полную нашу беспомощность. Интуитивно мы можем довольно точно по общему впечатлению сказать, напр., что данный сын похож на отца сильно, а другой гораздо слабее, а посторонний человек совершенно не похож. Но сказать, во сколько раз сходство одного больше сходства другого, мы не можем и даже до последнего времени не пытались. Между тем очевидно, что умение измерить сходство способствовало бы устранению бесчисленных споров из многих биологических дисциплин.

Гейнке был, повидимому, первым, указавшим путь возможного решения этого вопроса. Изучая в 90-х годах многоформную, но в общем однообразную группу сельдей, он столкнулся именно с такой проблемой в ее наиболее трудной постановке.

Трудность заключалась в том, что различные расы сельдей—норвежская, беломорская, немецкая и мн. др., столь близки друг к другу, что и на глаз трудно бывает ответить на вопрос, на какую из рас больше похож данный, взятый для определения, экземпляр.

Благодаря наличию трансгрессивной вариации, оказывается невозможным выбрать признак, который мог бы служить безусловным критерием для отличия одной расы от другой. Число позвонков, число чешуй, плавниковых лучей и пр. у любого экземпляра может быть таким, что по одному

признаку особь оказывается более похожей на одну расу, а по другому—на другую.

Гейнке, однако, показал теоретическую возможность выйти из затруднения следующим приемом. Возьмем расы I, II, III... и для каждой из них путем обработки большого статистического материала получим среднеарифметические величины, характеризующие длинный ряд признаков. Назовем эти признаки A, B, C, и признаки первой расы обозначим A^1, B^1, C^1,... признаки второй расы A_2, B_2, C_2, признаки третьей расы A_3, B_3, C_3, и т. д. Возьмем теперь исследуемую особь и измерим на ней те же признаки. Полученные величины обозначим a, в, c... Тогда величины

$$K_1 = \sqrt{(A_1-a)^2+(B_1-в)^2+(C_1-c)^2+\ldots}$$

$$K_{II} = \sqrt{(A_2-a)^2+(B_2-в)^2+(C_2-c)^2+\ldots}$$

$$K_3 = \sqrt{(A_3-a)^2+(B_3-в)^2+(C_3-c)^2+\ldots}$$

будут различными и наименьшая величина покажет, к какой именно расе относится исследуемая особь (Гейнке принимал во внимание еще и различную изменчивость различных признаков, но простоты ради мы приводим схематическую формулу).

Это исследование Гейнке, отмеченное несомненно печатью гениальности, странным образом остается очень мало заметным в науке. Более других ему посчастливилось, повидимому, в России, где несколько работ Ю. А. Филипченко иллюстрировали плодотворность этого метода в различном применении. Так, ему удалось показать недостаточную обоснованность мнения биологов о существовании т. наз. „биологических видов“, т.-е. видов, столь близких друг к другу, что они могут быть различимы лишь по особенностям образа жизни, а не по морфологическим признакам. Исследуя методом Гейнке два близких „биологических вида“ хермесов, он показал, что они почти безошибочно отличаются и по морфологическим признакам (величине члеников, усиков). С. С. Четвериков использовал метод Гейнке для различения близких форм стрекоз по совокупности признаков жилкования крыльев.

Между тем несомненно, что метод Гейнке далеко выходит за рамки „приема“. Здесь, очевидно, имеется первый случай измерения суммарного сходства. Что значит, что данный исследуемый экземпляр сельди дает при сравнении

с „беломорской сельдью“ коэффициент 3,213, с „весенней норвежской сельдью“ коэффициент 3,696, а с „ютландской сельдью“ коэффициент 6,317? Очевидно что он больше всего похож на беломорскую сельдь и меньше всего на ютландскую, при чем сходство, вернее различие, в первом случае в 1,97 раз меньше различия во втором случае.

Развивая далее идеи Гейнке, я показал *) возможность аналогичного решения задачи о сходстве двух об'ектов (напр., двух скелетов, двух черепов и пр.). Следующая краткая таблица показывает, например, результаты вычисления различий между четырьмя черепами (двух лисиц разных видов, кошки и дикого камышевого кота). В то время как различие черепов двух лисиц между собой оценивается

Сравнение четырех черепов (лисица 1, лисица 2, кошка, камышевый кот) по 80 промерам (продольные и поперечные промеры вместе).

Коэффициенты различия

Черепа.	Лисица 1	Лисица 2	Кошка	Камышевый кот
Лисица 1 . .	—	10.4	23.9	24.2
Лисица 2 . .	10.4	—	24.6	25.4
Кошка	23.9	24.6	—	9.4
Камышев. кот	24.2	25.4	—	—

величиной 10,4, а двух кошек между собой величиной 9,4— различия, между черепами лисиц и кошек дают величины гораздо более высокие и замечательно близкие между собой: 23,9, 24,2, 24,6 и 25,4. Весьма важно далее, что при получении этих коэффициентов оказывается безразличным, какие именно промеры используются, если только промеры будут подвергнуты некоторой обработке приемами, о которых здесь невозможно распространиться. Результаты хотя, конечно, и не совпадают, но тем не менее оказываются достаточно сходными для того, чтобы вселять в нас убеждение, что мы стоим на верном пути.

*) Рукопись.

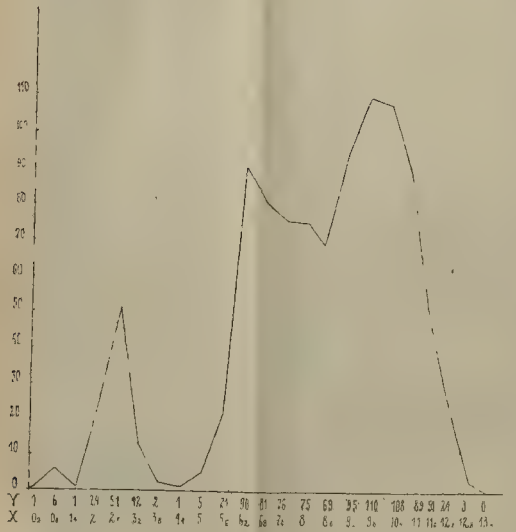


Рис. 1.

Кривая распределения морских свинок по величине показателя содержания в крови фермента каталазы. X—величина показателя У—число особей. Ясной многовершинности распределения отвечает наличие нескольких наследственных типов (по данным лаборатории проф. Н. К. Кольцова — Инст. Экспер. Биологии).

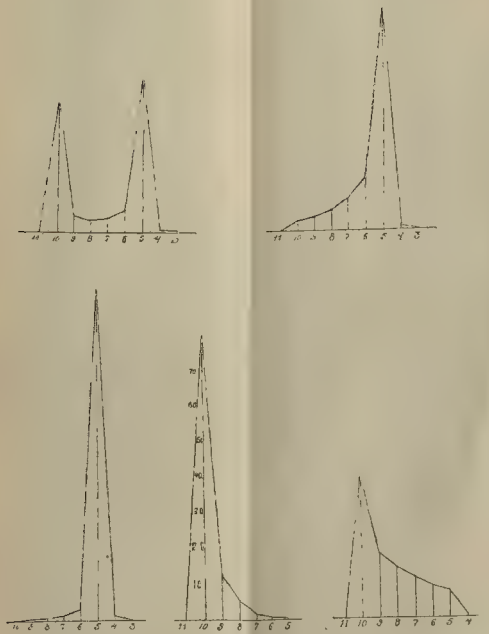


Рис. 2.

Кривые распределения цветов Sedum по числу тычинок. В зависимости от изменения условий воспитания растений изменяется и характер кривой (по данным G. Klebs'a—Arch. Entwicklungs mechanik. 1907.).

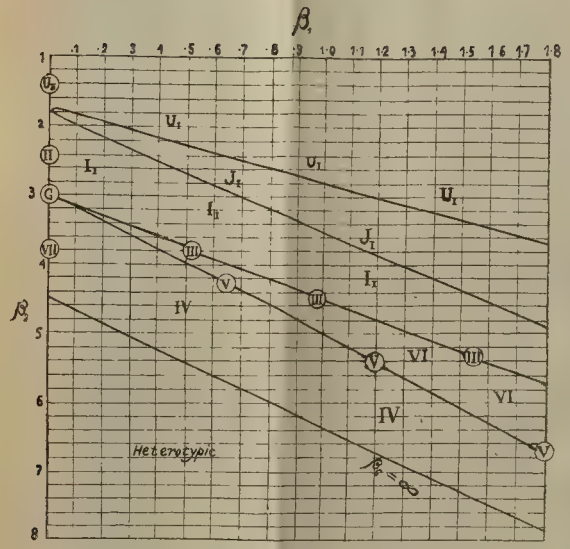


Рис. 3.

Диаграмма Ринда (Rhind) для определения типа кривой распределения по вычисленным значениям β_1 и β_2. Кривая относится к тому или другому типу в зависимости от того, где пересекаются вертикальные и горизонтальные прямые линии, отвечающие вычисленным значениям β_1 и β_2.

Планы хромосом, составленные на основании генетического анализа четырех видов дрозофил (Drosophila simulans — вверху слева, D. Viribis — вверху справа, D. Willistoni—внизу слева и D. Obscura—внизу справа). Римскими цифрами обозначены группы сцепленных генов. Рядом с каждым планом изображены хромосомы для соответствующего вида, как они видны в микроскоп. Всюду число пар хромосом совпадает с числом групп генов, только для D. Simulans и D. Virilis еще не найдены группы генов, соответствующих самым мелким хромосомам. У D. Melanogaster, имеющей хромосомы как у D. Simulans, найдена и эта последняя группа, содержащая лишь 1% генов. Буквой X обозначена половая или X—хромосома; ей соответствует всюду 1-ая группа генов. Замечателен параллелизм между длиной этой хромосомы и длиной плана 1-ой группы генов у разных видов дрозофил. (X—хромосы у D. Virilis видны в ракурсе). (по Morgan, Proc. Royal Soc B. 94. 1922).

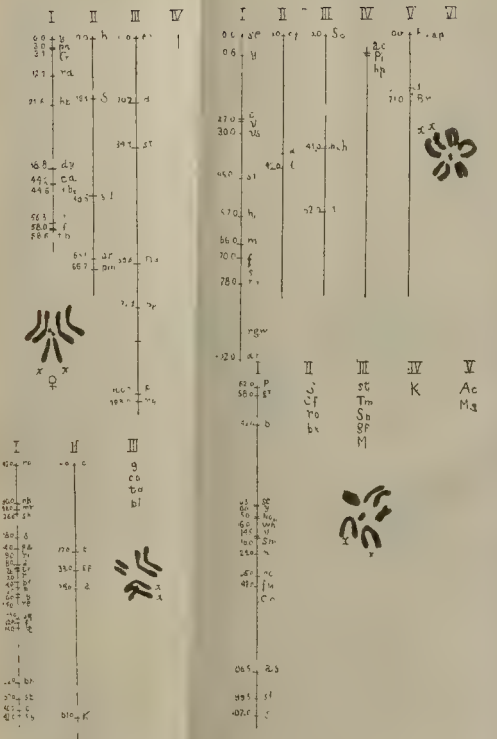


Рис. 4.

Сравнение тех же четырех черепов отдельно по 40 поперечным и по 40 продольным промерам.

Черепа.	Лисица 1	Лисица 2	Кошка	Камышев. кот	
Лисица 1 .		9.7	25.3	25.7	Поперечные промеры.
Лисица 2 .	$11._1$		25.3	28.2	
Кошка . .	$22._2$	$23._7$		7.9	
Камыш. кот	$24._4$	$22._2$	$11._3$		
	Продольные промеры.				

Подводя итоги сказанному, мы должны констатировать, что статистический метод и в руках биолога оказывается мощным орудием анализа явлений. Но как всякое мощное орудие, он требует осторожного применения. Нужно уже достаточно глубоко понимать явление для того, чтобы спокойно доверять выводам, получаемым статистическим приемом обработки, иначе рискуешь, перефразируя шутку Дербишайра придти к заключению, что черные овцы едят меньше белых, упустив из вида, что черных овец меньше чем белых. Исследование Гальтоном явления наследственности роста у человека, вместе с установленным им „законом“ этого наследования, является наилучшим memento mori для каждого биометрика. Можно всецело присоединиться к точке зрения Гольдшмидта в том, что, прилагая статистический метод к решению интересующих его проблем, биолог должен оставаться прежде всего биологом и отнюдь не превращаться в математика. История статистических исследований в биологии показала, что только там, где это требование было соблюдено, где исследуемый материал на ряду с анализом математическим подвергался интенсивному биологическому анализу—только там метод дал положительные результаты, продвинув биологов за границы доступного „невооруженному взгляду“. Безусловно, статистический метод едва получает права гражданства в биологических дисциплинах. Это внедрение в новые для него области пред‘-являет самому методу новые требования, удовлетворить которые должны будут математики. И можно не сомневаться в том, что подобное сотрудничество биологов с математиками принесет еще богатые плоды.

Аникево, 1923 г. I—1924 IX.

Затруднения при применении статистического метода в клинической медицине.

Профессор Г. П. Сахаров.

Кто знаком с медициной лишь по визитам практикующих врачей, кто бывал свидетелем их противоречий и в области диагностики, и в назначении терапевтических мероприятий, тот легко может составить себе довольно неблагоприятное впечатление об этой науке, и не подозревая того, какая громадная работа совершена уже в этой области, какие блестящие открытия сделаны, и какие, может быть, еще более блестящие перспективы открываются в будущем.

С другой стороны, сами медики обыкновенно плохо знакомы с историей своей науки, и едва-ли многие отдают себе ясный отчет в том, в каком хаотическом состоянии находилась эта наука еще сравнительно недавно, каких-нибудь лет 100 тому назад: фантастические теории, лишенные всякого научного базиса, совершенно произвольные обобщения по вопросу о патогенезе болезней и необоснованные способы терапии—вот главнейшие черты клинической медицины того времени. Ограничусь одним примером для иллюстрации сказанного.

Знаменитый клиницист 20—30-х годов прошлого столетия Б р у с с э, напр., делил все болезни, без достаточного на то основания, на стенические и астенические и предлагал лечить их 2-мя способами: заболевания астенического характера лечить способом стимулирующим, а стенические—депримирующим, и тут одним из модных способов было кровопускание. Последнее практиковалось самым широким образом в то время, но без всякой нужды, а часто, наоборот, к большому вреду для больных, так что про одного из ревностных адептов таких приемов врачевания—Б у и л ь о—не без основания говорили, что он „отправил на тот свет больше народа, чем Наполеон I своими войнами".

На сифилис, между прочим, смотрели, как на заболевание симпатической нервной системы стенического характера и его тоже лечили кровопусканием.

Туман стал проясняться и горизонты очищаться лишь после того, как медицина освободилась от такого рода не-

обоснованных теорий, и произвольных обобщений, что совпало с развитием патологической анатомии. И, в самом деле, как только стало возможным проверять прижизненный диагноз при помощи вскрытий, медицина клиническая должна была стать на более твердый, рациональный путь. С этим периодом совпало и введение статистического метода. Не буду касаться здесь санитарной статистики, а буду иметь в виду лишь чисто клиническую статистику.

Последняя была введена Лу и приблизительно в 20-х годах прошлого столетия, и именно Лу и был сторонником анатомо-патологического направления в медицине. Он старался медицину из области суб'ективизма перевести в область об'ективной науки. Не лишена интереса та полемика, которая разыгралась вскоре после опубликования Лу и своих соображений по вопросу о роли статистического метода в клинической медицине. Указывали, между прочим, что к клинической медицине статистический метод вовсе не приложим, ибо статистика требует исчисления однородных случаев, здесь-же таковых не встречается, а все случаи представляют собой нечто индивидуальное, так что сравнивать их один с другим не представляется никакой возможности.

В 40-х годах другой ученый, Гаварэ, совмещавший в себе и медика-теоретика, и математика, опубликовал одну работу, специально посвященную законам медицинской статистики. Там имеются ссылки на Пуассона и, в частности, на его законы больших чисел, выяснение понятий изменяющейся и неизменяющейся вероятности, столь хорошо известных статистикам, и, между прочим, указание на то, что, строго говоря, все науки имеют дело лишь с вероятностью, за исключением одной математики, ведающей истины, исследуемые непосредственно, а потому и имеющей право претендовать уже не на вероятность, а на точность. В частности, в естествознании—везде одни приближения лишь и абстрагированные из опыта обобщения: зоология, напр., трактует о видах, родах, семействах и т. д., на самом же деле приходится иметь дело лишь с индивидами.

Но как бы то ни было, а статистический метод вошел в клиническую медицину. Надо только отметить, что здесь статистический материал не подвергался такой математической обработке, как в области санитарной статистики: регистрировались лишь наблюдения, выводились средние арифметические, процент, и этим дело и ограничивалось.

Но хотя статистический метод и получил, да и не мог не получить, конечно, права гражданства в клинической медицине, ибо каковы бы ни были погрешности этого метода и как осторожным ни приходилось-бы быть при его применении, обойтись без него нельзя,—едва-ли где, по крайней мере в области естественных наук, как ка-

жется, пришлось ему встретиться с такими затруднениями, как именно здесь. Последние можно-бы подразделить на следующие три группы:

1) затруднения от несовершенства методики, и притом не столько, быть может, от несовершенства самой науки, сколько по самой сути дела, т.-е, по характеру тех явлений, с коими приходится иметь дело клиницисту;

2) затруднения, обусловливаемые сложностью факторов, с коими приходится иметь дело врачу в его клинической практике,—факторов, иной раз совершенно не предвиденных, учесть которые подчас не представляется никакой возможности;

3) затруднения в зависимости от индивидуальности наблюдаемых случаев, той индивидуальности, которую учитывали прекрасно старые врачи при введении статистического метода.

Теперь обращусь к обзору каждого рода затруднений в отдельности, иллюстрируя их соответствующими примерами.

В первом направлении позволю себе указать хотя-бы вот на что.

В медицине с некоторых пор, совсем недавно, я бы сказал, лет 15 тому назад, заинтересовались очень, так называемым, фагоцитарным показателем крови. Поясню, в чем дело.

И не медикам хорошо известно воззрение Мечникова на значение белых кровяных шариков (лейкоцитов) в борьбе организма с инфекцией. Белые шарики захватывают попадающие в кровь бактерии, переваривают их, и, таким образом, организм освобождается от инфекции.

В 1905 г. английский исследователь Райт открыл, что фагоцитоз, т.-е. захват и пожирание белыми кровяными шариками бактерий, обыкновенно, протекает не самопроизвольно, а при участии особых веществ, находящихся в плазме. Эти вещества были названы опсонинами. Последние, видимо, действуют каким-то образом на бактерий, делая их удобозахватываемыми и удобопожираемыми со стороны лейкоцитов.

Со времени открытия этого факта исследователи поставили себе задачей выяснить, какова опсонинная сила, или, что то же, фагоцитарный показатель крови в норме, и каковы они при разных патологических состояниях.

Но прежде всего: как определять этот опсонинный, или фагоцитарный индекс?

Смешивается эмульсия бактерий с белыми кровяными шариками и сывороткой данного индивида. Капиллярная трубочка с такой смесью ставится на некоторое время в термостат, а потом капелька смеси размазывается осторожно

на стеклышке и окрашивается. Под микроскопом можно видеть тогда лейкоциты, частью пустые, частью же захватившие то или иное количество бактерий. Определяется общее число находящихся, скажем, в 100—200 лейкоцитах бактерий (чем больше сосчитывается лейкоцитов, тем ближе к действительности результат), и общая сумма делится на число просмотренных лейкоцитов. Среднее арифметическое и есть опсонинный или фагоцитарный показатель.

Опсонинный индекс для каждой инфекции особый, но, по Райту, более или менее один и тот же для всех здоровых людей, при чем при наличии инфекционного заболевания он понижается, при выздоровлении же или искусственной иммунизации, наоборот, повышается.

Учение об опсонинах открывало одно время весьма заманчивые перспективы, ибо для клиницистов рисовалась возможность ставить диагноз даже в таком случае, когда все другие методы оказывались недостаточными. Приведу такой пример.

Клиницистам приходится встречаться с поражением суставов и костей подчас самого неопределенного свойства: может быть, это—последствие гонорреи, может быть, чисто нервное страдание, может быть, стрептококкового характера (стрептококки в некоторых случаях, напр., при ангине, проникают в кровь), часто же смешанного происхождения. И вот Райт при помощи фагоцитарного индекса указывает как бы путь для точного диагноза и точной терапии. Врач должен при исследовании больного определить опсонинный индекс. Если, допустим, имеется подозрение на участие в заболевании гнойных возбудителей—стрептококков, то рекомендуется определить опсонинный показатель сыворотки данного больного именно к этому виду микробов, и в случае подтверждения подозрения, переходят затем к так назыв. вакцинотерапии. Последняя же заключается в том, что больному вводится убитая культура данного вида бактерий в соответствующей дозировке (в приведенном примере, стало быть, культура стрептококков); организм тогда иммунизируется, индекс идет кверху, и больной поправляется.

Второй пример из области гинекологии. Здесь часто приходится иметь дело с такими же неясными заболеваниями брюшины, маточной клетчатки и т. п. Иногда это поражение стрептококкового, иногда опять-таки гонорройного, иногда иного происхождения. Врач разобраться в этом при помощи чисто клинических методов может далеко не всегда. Опсонинный метод намечал пути не только для точного распознавания болезни, но и для точной терапии. Казалось, мы были совсем близки к открытию „философского камня“ медицины, разумея под этим точную диагностику и специфическую терапию.

Райт с гордостью предугадывал даже в недалеком будущем то время, когда врач-клиницист забросит свои трубочки и молоточки и будет заниматься только исследованием опсонинного индекса (речь шла, конечно, только об инфекциях, но последние составляют значительную часть всей суммы заболеваний).

Скоро последовало, однако, и разочарование. Разочарование заключалось в том, что этот метод, несмотря, казалось-бы, на всю видимую простоту его, оказался очень щепетильным и трудным. На первый взгляд как будто-бы чрезвычайно просто взять сыворотку больного, белые кровяные шарики, эмульсию бактерий и смешать все это. Но метод таил в себе целый ряд ошибок и не лишен был погрешностей чисто субъективного характера. Так, если исследователь видит едва очерченные белые кровяные шарики, неясные контуры их и здесь-же бактерии, легко можно найти фагоцитоз там, где его на самом деле нет. Школа Райта, правда, была тренирована в специальном направлении, и у ее адептов получались результаты, как будто-бы, довольно надежные, но требовать от всех других врачей подобной тренировки нельзя. И вот стали раздаваться голоса, что опсонинный индекс вовсе не так постоянен, а, наоборот, подвержен колебаниям и у здоровых лиц, а, с другой стороны, трудно-де вообще получать постоянные данные в этой области, в виду неточности самой методики. И точно: методика далека от совершенства, в смысле надежности получаемых результатов. К сказанному ранее позволю себе добавить еще несколько замечаний технического характера.

У больного берется кровь, прибавляется лимоннокислый натр для предупреждения свертывания и центрифугируется. По закону тяжести красные шарики, как более тяжелые, оседают на дно, а белые оказываются наверху. При помощи капиллярной пипетки забирают этот верхний слой, где находятся белые кровяные шарики, конечно, с примесью красных. Оказалось, однако, что густота эмульсии белых кровяных шариков, как и эмульсии бактерий, оказывает большое влияние на исход опыта. А сделать так, чтобы эмульсия была всегда одной густоты, представляется, можно сказать, невыполнимым. Мы сталкиваемся здесь с затруднением чисто технического характера, таким, однако, которое, я бы сказал, зависит не столько от несовершенства самой науки, сколько как-бы от самой сути дела. В самом деле, как ни совершенствуйте методику, а остается хотя бы уже то затруднение, что в крови здорового человека, а еще более некоторых животных (напр. кроликов) число лейкоцитов само по себе уже подвержено колебаниям. Итак, величины, необходимые для установления опсонинного индекса, подвержены колебаниям, само исследование—многочисленным

ошибкам, и неудивительно, что метод, казалось, открывавший такие заманчивые перспективы, если и нельзя сказать— потерпел крах, то во всяком случае получил ограниченное применение.

Так как все же у вас после только-что приведенного примера возможно, создается такое впечатление, что затруднения, о коих я здесь говорю, для медицины не характерны, ибо подобного рода затруднения можно встретить и в других науках, то я позволю себе остановиться вот на каком вопросе, который здесь, в Методологическом Обществе, должен представлять особый интерес. Это вопрос о методологии клинического исследования вообще.

Ведь для того, чтобы статистический материал представлял собой надежные данные, требуется, чтобы метод исследования был достаточно точен. Спросим-же себя, какими методами исследования пользуется клиницист?

Медицина есть отрасль естествознания, отрасль биологии, но здесь требуется строго различать: медицину теоретическую и медицину практическую. О первой, как чистой области естествознания, здесь говорить не приходится, ибо она владеет теми-же методами, как и естественные науки, но медицина клиническая в этом отношении занимает своеобразное место. На эту любопытную особенность я и обращаю внимание.

Спрашивается, какими органами чувств пользуется обыкновенно естествоиспытатель или, вообще, биолог? Обыкновенно—зрением. Он исследует в микроскоп, в телескоп. Даже химик, которому приходится взвешивать разные химические субстанции, оперирует, главным образом, зрением. А какими органами чувств пользуется обыкновенно клиницист? Исследование клиническое начинается всегда с осмотра больного; стало-быть, и здесь врач-клиницист в начале оперирует тем же органом зрения.

Здесь я должен дать маленькую справку психо-физиологического характера.

Зрение—самый точный из всех органов восприятия. Психо-физиологией установлены два закона. Во-первых, закон минимального, или низшего порога раздражения. Это— такой порог, при котором еще может получиться ощущение. Ниже этого порога ощущение уже не получается. Второй закон Вебер-Фехнера гласит, что раздражение должно изменяться в геометрической прогрессии, чтобы ощущение изменялось в арифметической прогрессии, или иначе: ощущение равно логарифму раздражения. Другими словами: требуется известная степень изменения раздражения (так наз. разностный порог раздражения), чтобы ощущение могло это заметить.

Для зрения минимальный порог раздражения чрезвычайно мал. По данным Л а н г л е я, затрата энергии, потребная для того, чтобы вызвать ощущение зрения, равна энергии, нужной для поднятия тяжести в 1/35 миллиграмма на высоту 1/100.000.000 миллиметра; или иначе: для нагревания 1/15 мгр. до 1 биллионной части градуса. Так минимальна эта цифра, так минимальна энергия, так слабо раздражение, улавливаемое нашим органом зрения! При этом глаз улавливает впечатление моментально.

Каков, спрашивается теперь, так наз. разностный порог раздражения для органа зрения? Он равен 1/100. Это значит: перемена в интенсивности светового раздражения или в цветности на 1/100 уже воспринимается глазом. Отсюда следует, что зрительные впечатления достаточно точны, и данные, получаемые при помощи этого органа, вполне надежны. Если даже принять, что врач при клиническом обследовании находится в худших условиях, чем психо-физиолог в соответствующей обстановке при производстве своих наблюдений, если даже учесть это обстоятельство, и цифру 1/100 увеличить в два—три раза, то все-таки приходится признать, что глаз наш улавливает минимальные изменения в окружающей среде.

Стало-быть, и врачу-клиницисту пользоваться органом зрения и собирать статистический материал при его помощи очень выгодно. Но, как известно, врач вслед за осмотром обращается к ощупыванию. При помощи ощупывания он определяет иногда увеличение некоторых органов—печени, селезенки и т. д. Спрашивается, какую-же ценность представляет, с точки зрения теории познания, способ исследования при помощи пальпации? Оказывается, что и этот метод удовлетворителен; он дает результаты сносные, а именно; хотя здесь низший порог раздражения и в 10 раз больше, чем для чувства зрения, тем не менее он все же достаточно мал, разностный же порог раздражения=1/40, т.-е. перемена в раздражении на 1/40 уже отмечается рукой при пальпации. Но тут встречается затруднение в том отношении, что осязательно-двигательные ощущения в значительной степени подвержены колебаниям, в зависимости от толщины кожи на пальцах. При помощи упражнений, правда, можно довести этот способ исследования до большой тонкости. Но раз дело сводится к упражнению, ясно, что один врач будет владеть этим методом в высокой степени, другой в недостаточной, и потому данные, получаемые при помощи такого метода, не вполне надежны: их трудно будет сравнивать.

Затем врач обращается к исследованию слухом. Спрашивается, какова с психо-физиологической точки зрения ценность этого способа исследования?

Орган слуха, как оказывается, уже значительно менее точен в этом отношении. Низший порог раздражения здесь уже много больше, чем для зрения и осязания. Кроме того, разностный порог раздражения здесь=1/3, не 1/100, не 1/40, а только 1/3, т.-е. слуховое раздражение должно меняться в пропорции 1: 4/3 и даже, может-быть, еще в большей, вплоть до отношения 1: 2, как думают некоторые авторы, если принять во внимание гораздо менее благоприятные условия, в коих производит свое исследование врач-клиницист, по сравнению с таковыми при психо-физиологических наблюдениях. Стало-быть, для того, чтобы можно было ухом уловить какую-либо перемену в звуке, раздражение должно измениться вдвое.

Как видите, этот способ познания много грубее, много менее точен и надежен, чем первые два. Правда, по отношению к восприятию тонов, т.-е. к восприятию качества звука, мы должны сделать оговорку. Многие, а особенно люди с музыкальным слухом, способны улавливать иногда очень тонкие перемены в тонах. Но и здесь имеются затруднения: во-первых, по Люффу и Мейеру, ухо в состоянии улавливать перемены в звуковых колебаниях лишь в том случае, если они не менее 1/6 колебаний в секунду, а во-вторых, для такой дифференциации требуется известное время, а именно, не менее $^1/_6$ секунды; при более-же быстро совершающейся перемене ухо уже ее не замечает.

Все только-что приведенные данные относятся, кроме того, к молодым и среднего возраста индивидуумам, в пожилом же возрасте способность различать тона и перемены в звуковых колебаниях резко понижается, на 2/3 и даже на октаву. Это относится к тонам, врачу-же приходится иметь дело, главным образом, с шумами, что уже гораздо хуже. Сравнивать разницу в шумах гораздо труднее, чем в тонах.

Отсюда вывод тот, что многие слуховые впечатления при клиническом исследовании ускользают от уха исследователя. Правда, с развитием техники стремятся перевести исследование из области слухового впечатления в область хотя бы осязательную. Такова, наприм., так называемая, раффинированная пальпация, введенная Гольдшейдером: пальцы, приложенные к исследуемому месту, ощущают здесь те колебания, которые при обычных методах исследования должны бы восприниматься ухом врача. Но раффинированная пальпация требует большой тренировки и подготовки, и здесь индивидуальные качества исследователя играют большую роль. Все это говорит за то, что разбираемый метод далеко не надежный.

Что касается других органов чувств, каковы обоняние и вкус, то врачу редко приходится на них опираться, а между тем обоняние, по данным психо-физиологического на-

блюдения, принадлежит к одному из наиболее чувствительных органов. Так, наприм., 1/400.000.000 меркаптана воспринимается уже при помощи обоняния. Впрочем, чувство обоняния быстро притупляется: всем известно, наприм., что мы замечаем запах только первое время, а потом уже не слышим.

Подведем итоги. Первое отличие клинического исследования по сравнению с биологическим с методологической стороны заключается в том, что естественник и биолог оперируют, главным образом, органом зрения, тогда как врач только начинает с органа зрения, с осмотра, но много базируется на показаниях и других органов чувств—осязания, уже менее надежного, и слуха, еще менее надежного. Это первое отличие не в пользу клинической медицины с методологической точки зрения.

Второе отличие заключается в том, что в клинической медицине есть метод, которого вовсе нет в естествознании. Это—собирание сведений путем опроса больного, опроса относительно его прошлого, его ощущений, переживаний и т. д.

Здесь полезно дать себе отчет в том, насколько надежен этот метод и что он может дать.

В этом отношении существуют разные мнения. Школа Боткина, напр., особенно этому методу не доверяла и старалась заменять его другими методами. Школа проф. Захарьина, наоборот, на нем базировалась чуть ли не больше, чем на об'ективных методах.

Спрашивается, необходим-ли он, или можно обойтись без него?

Несомненно, означенный метод таит в себе источники неясностей и недоразумений. Врач должен уметь поставить вопрос, больной должен его понять. Особенно трудно это неинтеллигентному больному, и тут возможны ошибочные данные. С развитием техники этот метод понемногу вытесняется. Так, к выводу о наличии сифилиса совсем недавно еще приходили нередко путем опроса больного. В настоящее время вопрос решается путем исследования крови по Вассерману. Тем не менее, с уверенностью можно сказать, что метод собирания анамнестических данных окончательно вытеснен все же не будет, ибо никакой об'ективный метод, даже самый точный, не в состоянии дать нам от больного всех нужных нам сведений.

Возьмем хотя-бы тот-же пример с сифилисом.

Вассермановская реакция может сказать, есть-ли теперь сифилис, но она не может сказать, был-ли он раньше или нет. Ведь суб'ект мог быть болен и поправиться, и тогда в отношении прошлого больного реакция нам не даст ничего, а между тем, в ряде случаев, для оценки степени влияния бывшего когда-то заболевания на организм, важно

знать как раз это прошлое. Такого рода сведений точно-об'ективными методами не собрать.

Сказанное относится к клинической медицине вообще, не говорю уже о психиатрии, где все построено на опросе, ибо чтобы понять психику больного надо знать его взгляды и т. д.

Добавлю, что с прогрессом медицинской техники, с введением рентгенодиагностики, у нас имеется в ряде случаев возможность ставить совершенно точный диагноз, но, само собой разумеется, даже и такой метод не может дать ничего в психиатрии.

Но и помимо психиатрии, в отношении чисто физических страданий больного, без опроса не обойтись, ибо важно знать, как больной реагирует на болезненные ощущения, важно знать его наследственность, его привычки, его жизнь и т. д.

Итак, без анамнеза не обойтись, но этот метод в высшей степени условный, несвободный от неясностей, неточностей и даже прямо ошибок. Данные, получаемые таким путем, иной раз очень ценны, иной раз крайне ненадежны.

Наконец, третья отличительная черта клинического исследования по сравнению с обще-биологическим—это индивидуализация. Как принято говорить, врач должен лечить не болезнь, а больного. Хорошо известно, что можно быть прекрасным теоретиком-медиком и никуда негодным практиком, раз нет опыта. Недостаточно изучить болезнь по руководству и литературе, требуется еще индивидуализация. Лечение по трафарету—это известные рамки, схема, от коей врач в каждом конкретном случае должен отступать. Об индивидуальности мне придется еще говорить несколько позже, сейчас-же ограничусь констатированием лишь этой разницы между клиническим исследованием и обще-биологическим.

Возьмем хотя-бы зоологию. Сведущий зоолог при определении вида животного, при причислении его к той или другой группе идет от определенных видовых или родовых признаков. Врач идет обратным путем: от видового и группового к индивидуальному. Но не надо быть врачем, чтобы понять, что такая индивидуализация—высокое искусство,—искусство, которое дается не одним желанием и трудом, но и интуицией, природными качествами, и совершенно правы те, кто требует от врача-практика, до известной степени, творчества. Стоящий на высоте призвания врач-клиницист не только ученый, но, в известном смысле, и артист, художник.

Резюмирую кратко. Поставив вопрос о методах клинического исследования, я указал сейчас три отличительные

черты последнего по сравнению с исследованием обще-биологическим и естественно-научным, а именно.

Естествознание пользуется, главным образом, зрительными впечатлениями, медицина же не только ими, но и менее точными показаниями осязательно-двигательных ощущений и слуховых. Второе отличие—анамнестический метод, практикуемый лишь в медицине. Наконец, третья отличительная черта—это индивидуализация, делающая медицину не столько наукой, сколько искусством. Методы клинического исследования, таким образом, отнюдь не всегда оказываются достаточно надежными, а между тем вся симптоматология, весь статистически-клинический материал базируется именно на этом фундаменте.

Довольно поучительно остановиться еще на вопросе о роли статистического метода специально в психиатрии.

Психиатров всегда занимал вопрос о наследовании душевных заболеваний. Посмотрим же, как разрешался этот вопрос раньше, до настоящего столетия, точнее—в 70 и 80-х годах, отчасти в 90-х г.г. XIX столетия.

В то время психиатры шли к разрешению означенного вопроса путем массовой статистики нервно-психических заболеваний в семьях у психопатов. При этом руководились господствовавшей в то время теорией психиатра Мореля, по коей все психозы представляют собой, якобы, одно и то же заболевание, только в разной форме. Морель выставил даже такое положение: психические заболевания представляют собой одну из последних ступеней вырождения рода, а потому ожидать сходства в потомстве при таких условиях и нельзя; сходство по наследству—это нормальное качество, при вырождении же надо ждать не сходства, а различия. Морель установил следующий „закон" прогрессивного вырождения рода: первое поколение—нервный темперамент, нравственная несостоятельность, излишества; второе—наклонность к инсультам („удару"), тяжелые неврозы, алкоголизм; третье поколение—психические расстройства, самоубийства, умственная несостоятельность; четвертое—идиотизм, уродства и, наконец, бездетность, смерть рода.

При таком взгляде на несходство и трансформацию наследственности не удивительно, что наследственное отягощение в семьях душевно-больных найдено было последователями Мореля в 100% случаев. Отсюда был сделан вывод, что все психические болезни наследственны. Заключение, как оказалось, ошибочное. Лишь много позднее, в конце прошлого или в начале текущего столетия, метод массовой статистики подвергнут был со стороны некоторых компетентных психиатров беспощадной критике, при чем выяснена была необходимость перехода от такой массовой

статистики к индивидуальной,—к индивидуальному, но всестороннему изучению семей.

Это новое направление в психиатрии совпало с переходом этой отрасли клинической медицины из стадия симптоматологии в стадий нозологический. Иными словами: душевные заболевания стали относить к той или другой группе по их нозологической сущности, а не по их внешним проявлениям, по аналогии с соматическими болезнями, могущими подчас тоже давать различные симптоматологические картины, при одной нозологической сущности. Так, напр., в одних случаях малярия протекает с типичными приступами, в других, наоборот, без температурного подъема, давая о себе знать лишь истощением, слабостью и ничем больше. Бывают и замаскированные формы, проявляющиеся, напр., в невралгиях и т. п. Все это, на первый взгляд, как-бы разные заболевания, при одной, однако, нозологической сущности.

В этом отношении показательна история вопроса об отношении, так называемого, раннего юношеского слабоумия (dementia praecox) к прогрессивному параличу.

Семейная близость этих болезней, т.-е. факт существования их в одной и той же семье уже давно обращал на себя внимание исследователей: у дементиков нередко родители—прогрессивные паралитики. В виду такого совпадения до недавнего времени склонны были трактовать dementia praecox как наследственный психоз, передающийся по законам трансформированной наследственности. Более внимательный анализ Крепелиновской школы показал, однако, что в основе dementia praecox лежит тератогенез, т.-е. повреждение зародыша ядом, в данном случае—сифилитическим (ибо прогрессивный паралич есть не что иное, как сифилис центральной нервной системы), а не наследственная передача, в настоящем значении слова. Путем того-же тератогенеза в потомстве прогрессивных паралитиков могут появиться и, действительно, появляются и иного рода аномалии: уродства, выкидыши, мертворожденные, различные степени врожденного слабоумия, эпилепсия.

Пределы наследственной передачи душевных заболеваний, таким образом, позднее стали ограничиваться.

Дальше стали различать: психозы интеллектуальные, куда, в частности, относится и прогрессивный паралич, и аффективные (напр., так называемый, маниакально-депрессивный психоз). Между теми и другими, по утверждению ряда авторов, не только нет наследственной близости, а существует своего рода даже антагонизм, в том смысле, что прогрессивный паралич, напр., почти не встречается в семьях, где отец или брат страдали маниакально-депрессивным психозом, и даже если у маниакально-депрессивного

больного был сифилис, прогрессивный паралич никогда не развивается.

Точно также говорят об антагонизме прогрессивного паралича и истерии.

Но настоящий прогресс в учении о наследовании психических заболеваний последовал совсем недавно, с тех пор когда сделаны были попытки применить Менделевские законы наследственности к психиатрии. Укажу всего лишь на один пример, в качестве иллюстрации того, какой интересный подход возможен при таком направлении психиатрической мысли.

Изучая раннее юношеское слабоумие на большом материале, Мюнхенский психиатр Рюдин отметил интересный факт, что если оба родители по видимости здоровы, тая, однако, в себе патологический признак, то слабоумие встречается в 5,35% всех детей, т.-е. приблизительно в $^1/_{16}$ всех случаев. Но что это за соотношение? Припомните, что говорилось по поводу Менделевской наследственности, и вы согласитесь, что указанное соотношение напоминает случай наследования по законам, так называемого, дигибридного расщепления, когда известные свойства определяются двумя парами зачатков или генов. Наследование в таких случаях идет по формуле: 9 : 3 : 3 : 1, т.-е. при скрещивании двух пар противоположных признаков, во 2-м поколении потомство в отношении означенных признаков разделится на 4 группы; у одной, самой многочисленной (9), налицо будут оба доминирующих признака, у другой, втрое менее численной—лишь один из этих двух, а другой—рецессивный, у третьей—тоже один из доминирующих признаков, но не тот, что в предыдущей группе, и наконец, у последней группы, самой малочисленной ($^1/_{16}$), не будет ни одного доминирующего, а только оба рецессивных признака.

Отсюда—вывод: схизофрения, или раннее юношеское слабоумие ясно выражено может быть лишь при комбинации двух рецессивных признаков; если же налицо лишь один из них, то это, по Рюдину, или так называемые схизоиды, т.-е. субъекты с ясно выраженными чертами патологического характера, однако, без прогредиентности течения аномалии, в противоположность настоящей схизофрении, или же—так называемые схизотимики, т.-е. люди с характером схизофренического склада, но не уклоняющиеся от норм здоровья.

Таковы интересные выводы Рюдина, показывающие, какие заманчивые перспективы открывает нам гибридологический анализ душевных заболеваний.

Здесь мне вспоминается одно замечание, сделанное на прошлом заседании. Одним из ораторов было указано, что предуготовительная, так сказать, стадия научного исследо-

вания заключается в собирании статистического материала, и лишь позднее наступает пора настоящего научного анализа. Но было сделано и другое замечание, а именно, что аналитический метод предшествует, потом идет статистический и, наконец, наука вновь возвращается к аналитическому методу.

Если окинуть взглядом только-что сказанное относительно психиатрии, то придется признать, что здесь наука отправлялась от массовой статистики, которая привела к совершенно ошибочным выводам; потом начался аналитический метод и, наконец, позднее—более глубокий научный анализ с Менделевскими законами в руках.

Здесь же по поводу только-что приведенных интересных начинаний в области психиатрии, мне хотелось-бы обратить внимание на одно чрезвычайно важное обстоятельство, в высокой степени ограничивающее и затрудняющее применение статистического метода в клинической медицине, как равно, впрочем, и в биологии в применении к человеку.

Припомните спор Иогансена с Гольдшмидтом по вопросам наследственности: в общей биологии сравнительно не трудно было притти к определенным выводам; надо было только перейти от смешанных конституций к так наз. „чистым линиям“. Но как сделать это в области клинической медицины, оперируя с человеком? Растения и животных мы можем, в целях отыскания таких „чистых линий“, скрещивать в различных комбинациях, с человеком-же действовать так нельзя.

Имеется и еще одно затруднение.

Оперируя с ботаническими об'ектами, вы можете получить многочисленное потомство, где закономерности будут ясно выражены; человек-же—однородящее существо, да кроме того, в некоторых семьях всего один—два потомка. От случая зависит, какими свойствами будут наделены эти потомки: будут-ли они относиться к той или иной группе потомства, получающегося по законам полигибридного расщепления. Уловить закономерность при таких условиях очень трудно. Такого рода затруднения зависят не от несовершенства науки, а, как я выразился вначале, вытекают из самого существа дела.

Теперь перейду к обозрению другой категории затруднений, определяемых многосложностью факторов, с коими приходится иметь дело врачу-клиницисту и предусмотреть которые очень часто он не в состоянии. Поясню свою мысль несколькими примерами.

При целом ряде инфекций, в частности, при брюшном тифе, сыворотка больного получает способность склеивать бактерий, виновников заболевания. Этим свойством врачи

пользуются в широках размерах в диагностических целях. Ценность реакции установлена была на основании обширного статистического материала. Вдруг, против всякого ожиданмя, во время последней войны реакция эта оказалась скомпрометированной на фронте. В чем-же дело?

Врачам нередко приходится иметь дело с запутанными случаями. Допустим, требуется дифференцировать сыпной тиф от брюшного: клинически—все симптомы сыпного тифа, а реакция на склеивание сывороткой больного брюшнотифозных палочек (так наз. реакция В и д а л я) дает положительный результат. Все данные за сыпной тиф, а реакция указывает на брюшной тиф. Это до такой степени одно время смущало исследователей, что стали говорить о полном банкротстве реакции В и д а л я. Лишь значительно позднее разобрали, в чем дело.

В виду распространения эпидемий, на фронте производились брюшно-тифозные прививки. В крови вакцинируемых накопляются склеивающие соответствующие бактерии вещества совершенно так-же, как при естественном заболевании тифом. По истечении известного времени реакция начинает стихать и сходит постепенно на нет. Но вот в дальнейшем суб'ект заболевает сыпным тифом. Это значит—в кровь попадают новые бактерии, новые протеины, а при таких условиях (т.-е. при попадании в кровь), как оказывается,—и вот этого-то и не подозревали раньше—инородные протеины способны, стимулируя весь организм, вызывать к жизни потухшие или обострять потухающие реакции.

Здесь пред нами факт, и не подозревавшийся ранее, факт, неожиданно спутавший весь предшествовавший коллективный опыт.

Спрашивается, почему же раньше не сталкивались с этим фактом? Потому, что не было повода к массовым прививкам и не было такого массового распространения эпидемий.

Я уже упоминал о реакции В а с с е р м а н а при сифилисе. Добавлю, что при сифилисе сыворотка больного получает способность реагировать соответствующим образом при смешении, как выражаются, с сифилитическими „антигенами". Дело вот в чем.

Под влиянием сифилитической инфекции в организме происходит распадение липоидных субстанций. В ответ организм вырабатывает антитела против всасывающихся липоидов—антилипоиды, что и даст возможность сыворотке реагировать. Исход реакции существенно зависит от того, лечился-ли данный больной или не лечился, и если лечился, то в достаточной-ли степени; далее, в какой стадии заболевания он находится и т. д. Но что странно, в известном проценте случаев, приблизительно около 5%, реак-

ция дает отрицательный результат, несмотря, казалось-бы, на все данные для положительного результата. Чем это вызывается, сказать трудно, но факт—налицо. Быть-может, здесь замешиваются чисто индивидуальные влияния.

Практически врач выходит из этого затруднения, ибо закон больших чисел ему говорит, что все-таки в 95% на эту реакцию полагаться можно. Тем не менее, только-что указанные уклонения заставили принять за правило, что положительный результат определенно говорит за сифилис, отрицательный-же еще не дает права исключать наличие болезни, а требует повторного исследования.

Третий пример—реакция Абдергальдена.

Абдергальден сравнительно не так давно предложил особый способ для исследования функционального состояния органов. В высшей степени интересные данные получены при помощи этой реакции. Суть дела в следующем.

Если взять белок какого-нибудь органа и смешать его с сывороткой здорового человека, то никакого расщепления белка органа сывороткой не будет. При наличии-же расстройства органа, хотя-бы даже чисто функционального, хотя-бы столь тонкого, что ни химический, ни микроскопический анализ не открывает ничего, в сыворотке появляются особые ферменты, расщепляющие белок органа. Отсюда для клинициста представляется весьма благодарная и интересная задача—функциональной органодиагностики только-что указанным серологическим путем, там, где другие методы не дают ничего.

Реакция была применена при самых разнообразных случаях, в частности, в той-же психиатрии, и в общем дала в высшей степени интересные результаты. Оказалось, что в основе раннего юношеского слабоумия, напр., лежит расстройство половых желез, ибо сыворотка слабоумных расщепляет белок половых желез, при чем ясно выступает закон специфичности пола: так, сыворотка дементиков-мужчин расщепляет белок яичек, но не яичников, и, наоборот, сыворотка больных женщин расщепляет белок яичников, но не яичек.

Как видите, здесь намечались чрезвычайно любопытные результаты, открывались в высокой степени заманчивые перспективы, однако, затруднения при собирании статистического материала, необходимого для суждения о специфичности реакции, к сожалению, встретились и здесь, и при том двоякого рода: одно—чисто технического характера, которое в недалеком будущем, по всей вероятности, будет устранено, другое же—принципиального характера и при том совсем неожиданное.

Затруднение техническое заключается в следующем. В Эрленмейеровскую колбочку помещается гильза, в коей находится сыворотка больного и белок испытуемого органа. В колбочку наливается стерилизованная, дестиллированная вода. Если в сыворотке имеются ферменты, расщепляющие белок органа, то продукты расщепления будут переходить в диализат, что можно установить при помощи особой цветной реакции. Но, между прочим, от качеств гильзы зависит очень многое (гильза должна свободно пропускать продукты расщепления белка и, наоборот, не пропускать нерасщепленного белка), и как ни старались усовершенствовать эту сторону дела, все-же диализационные гильзы продолжают служить источником ошибок. Нет сомнения, это затруднение будет преодолено, если не путем усовершенствования самих гильз, то путем изобретение новых приемов отыскания ферментов Абдергальдена, помимо метода гильз, каковые приемы уже и намечены.

Другое затруднение — принципиального характера — связано с вопросом о специфичности Абдергальденовских ферментов.

В ряде случаев получены были разноречивые результаты, которые нельзя было отнести ни на счет методики, как таковой, ни на счет умения исследователей. В чем-же дело? Лишь недавно, как кажется, удалось набрести на причину, о коей не догадывались, и участие коей в разбираемом явлении, казалось-бы, всего менее можно было подозревать.

Откуда, спрашивается, берутся в крови эти расщепляющие белок и, как утверждает Абдергальден, специфические ферменты? Взгляды расходятся: по мнению самого Абдергальдена, ферменты образуются в самих-же органах, доказательством чего служит такой опыт. У кастрированных самцов-свинок впрыскивание эмульсии из семенных желез не ведет к появлению фермента к белку этого органа, тогда как у контрольных животных он при таких условиях появляется. По Болдыреву же, ферменты берутся не из самого органа, а из поджелудочной железы, которая является одним из главнейших поставщиков, а может-быть, и исключительным поставщиком разного рода ферментов для организма, и все зависит лишь от того, в какой фазе „работы пищеварительных желез вне пищеварения“ берется у больного сыворотка.

Дело в том, что, вопреки тому, что думали раньше, железы пищеварительного тракта не все время бездействуют и вне пищеварения, при чем эта работа отличается строгой периодичностью. Периодически работает, между прочим, также и поджелудочная железа, и ее ферменты, не будучи связаны пищей, всасываются и поступают в кровь. Все за-

висит поэтому от того, в каком состоянии находится пищеварительный тракт в момент взятия сыворотки. В нашей лаборатории производились исследования в этом направлении, и оказалось, что если взять сыворотку во время работы желез вне пищеварения, то можно получить неспецифическое расщепление любого белка и притти к самым ошибочным, даже прямо нелепым выводам. Сыворотка беременных женщин, напр., расщепляет белок детского места—плаценты, чем можно бы при случае воспользоваться для диагностики беременности. При означенных же условиях легко может получиться, однако, что и сыворотка мужчин будет действовать таким-же образом.

Что будет дальше, какие коррективы придется еще внести в эту реакцию, сказать пока еще трудно, но ясно одно, что мы встретились здесь с таким фактором, предусмотреть который не было никакой возможности. Факт участия поджелудочной железы в разбираемом явлении явился полной неожиданностью.

Я хотел бы здесь привести еще один пример, относимый мной к той же второй категории затруднений, т.-е. таких, которые обусловливаются многосложностью факторов, часто вовсе не поддающихся в данный момент учету. Речь идет об отношении прогрессивного паралича к сифилису.

Вопрос этот занимал невропатологов и психиатров уже давно, в целом ряде лет. На с'ездах по этому поводу поднимались бесконечные споры среди авторитетных представителей упомянутых научных дисциплин. Связь прогрессивного паралича с сифилисом подозревалась давно, при чем на это поражение центральной нервной системы смотрели как на пара—или метасифилис, т.-е. как на страдание, не прямо сифилитическое, а лишь на почве ранее бывшего сифилиса. Другие, наоборот, отрицали такую, хотя и косвенную связь с сифилисом.

Думали-было решить этот вопрос эмпирически-статистическим путем, однако, это оказалось гораздо труднее, чем может казаться на первый взгляд, ибо установить с несомненностью в анамнезе больного когда-то бывший у него сифилис, в то время, когда Вассермановской реакции еще не было, представлялось далеко не всегда возможным.

Лишь много позднее означенный вопрос был разрешен японцем Ногуши, но не статистическим, а непосредственно микроскопическим путем—путем констатирования ad oculos присутствия сифилитических спирохет в головном мозгу паралитиков, в виду чего пришлось трактовать это заболевание уже не как пара—или метасифилис, а как настоящий сифилис центральной нервной системы. На долю статистического метода выпала лишь дальнейшая задача—

на обширном материале доказать наличие спирохет во всех случаях прогрессивного паралича, что и было сделано.

Теперь, когда вопрос этот был решен, возник другой вопрос, точно также интересовавший исследователей. Почему, спрашивается, прогрессивный паралич, при наличии когда-то бывшего сифилиса, развивается не у всех, а только в известном проценте случаев?

Опять пустили в ход статистический метод, в целях проверки ряда догадок, между прочим, для выяснения роли алкоголизма в указанном отношении. Казалось-бы, не трудно собрать необходимый статистический материал и так или иначе решить этот вопрос. Действительно, имеются работы, пытающиеся установить такую связь прогрессивного паралича с алкоголизмом (при наличии, конечно, сифилиса), и все же, доказательства, видимо, были недостаточно убедительны, ибо указанный взгляд не считается общепринятым.

Обращало на себя внимание и то обстоятельство, что прогрессивный паралич встречается преимущественно среди интеллигентного городского населения, сельское же население остается относительно пощаженным этой болезнью. Существует даже афоризм, что прогрессивный паралич „в лаптях не ходит".

Спрашивается почему? Можно-бы предположить,—в силу более сложной интеллектуальной жизни представителей интеллигентного класса, вследствие чего у них центральная нервная система является как-бы местом наименьшего сопротивления. Доказать этого со всею несомненностью, однако, не удалось.

За последнее время французским исследователем Левадити выдвинута была новая теория, согласно коей имеется, якобы, не один, а два сифилитических вируса: один с локализацией, по преимуществу, в коже, дающий кожный сифилис, без поражений центральной нервной системы, другой, отличающийся большим сродством к центральной нервной системе; последний дает болезнь с ничтожными кожными проявлениями, но с преимущественным пораженим мозга.

Теория Левадити довольно хорошо гармонирует с клинически установленным фактом относительно частой поражаемости центральной нервной системы в, казалось-бы, легких случаях сифилиса, судя по кожным проявлениям, и, наоборот, редкости такого рода поражений при ярких проявлениях кожного сифилиса.

Оправдается-ли эта теория, сказать пока трудно. Судя по некоторым сведениям, автор как будто бы сам уже готов отказаться от защиты выдвинутого им воззрения, но как бы то ни было, приведенный пример не лишен значения, в качестве иллюстрации опять-таки того, с какими сложными

и подчас непредвиденными факторами врачу приходится иметь дело. В самом деле, если, действительно, существует такая специализация сифилитического вируса, то кто мог предусмотреть это обстоятельство?

Прошлый раз ссылались здесь на закон Бойля-Мариотта относительно об'ема газов в доказательство того, что везде приходится временами делать поправки к установленным, казалось-бы, положениям.

Это совершенно верно, но здесь есть известная разница по сравнению с клинической медициной, а именно: по отношению к закону Бойля-Мариотта физики просто не учитывали значения температуры именно в данном случае; роль же ее в других случаях была им хорошо знакома. Наоборот, при выяснении патогенеза прогрессивного паралича пришлось встретиться с совершенно новым, не имеющим прецедентов случаем,—с фактором, неизвестным самим по себе.

От второй категории затруднений перехожу теперь к затруднениям третьей категории, последней, которую я характеризую, как затруднения, в зависимости от необходимости индивидуализации.

Индивидуальность можно понимать в двояком смысле: во-первых, в более узком—как сумму известных особенностей анатомо-физиологических, представляющих из себя нечто стационарное и за все время жизни индивида характерное для него, и, во-вторых, в более широком, а именно, как всю сумму особенностей индивида, включающих в себя не одни только что упомянутые стационарные анатомо-физиологические черты, но и ряд более или менее временных свойств, вызванных временными-же случайными причинами. Если суб'ект долгое время, напр., находится в состоянии недоедания или нервного возбуждения, конечно, реакции у него не те, что у человека, находящегося в нормальных условиях.

Небезынтересны данные проф. Словцова по вопросу о колебаниях в обмене веществ у здоровых, нормальных людей, в зависимости от индивидуальности.

По словам Словцова, за время заведывания им лабораторией химических анализов в Ленинграде, ему не раз бросалась в глаза столь значительная разница в интенсивности обмена у относительно нормальных лиц, что, при всей добросовестности в исследовании, приходилось выслушивать сомнения в точности такового. Это заставило его обратить внимание на то, не играют ли здесь большей, чем можно было думать, роли чисто индивидуальные особенности. Для решения вопроса взяты были три суб'екта, из коих один был сам профессор, человек, по его собственным словам, здоровый, и еще двое, тоже здоровых. Все они были

поставленны в совершенно идентичные условия питания, при чем определялся азот, выделяемый с мочей в виде мочевины, аммиака, мочевой кислоты, так наз. ксантиновых оснований, характеризующих мышечный обмен азот креатинина и так нах. остаточный азот. Все эти данные характеризовали азотистый обмен в целом и в частностях. Приведу хотя-бы несколько цифр.

Оказалось, у А из всего количества выделенного в моче азота, на долю азота мочевины приходилось 83,2%, у В—76,9%, у С—75,6%. Азота, выделявшегося в виде аммиака, у первого субъекта было 1,4%, у второго—3% (!), у третьего—тоже 3% (!). Общая сумма азота 1-й группы, т. е. мочевины и аммиака была: для А—84,6%, для В—79,9%, для С—78,6%. Азот ксантиновых оснований у А равен был 0,1%, у В—2,0 (!)%, у С—1,2%, а вместе с азотом мочевой кислоты: у А—1,0%, у В—2,0%, у С—1,2% и т. д.

Что это значит? То, что у здоровых лиц азотистый обмен далеко не одинаков. Особенно обращает на себя внимание разница в отношении азота аммиака (между А и Б разница больше чем вдвое!), и азота ксантиновых оснований (между А и В разница в 10 раз!), а также общей суммы азота для нуклео, протеидов (мочевая кислота, ксантиновые основания) (между А и В разница вдвое). Между прочим, заметим, количество аммиака в моче служит показателем скопления кислот в организме, так что разница в цифрах аммиачного азота для А и В свидетельствует далеко не об одинаковой наклонности этих нормальных индивидуумов к кислотному самоотравлению.

Совершенно такая же разница намечается и по отношению к углеводному обмену. У одного достаточно бывает ввести 30—35 грамм сахара, чтобы последний переходил в мочу, не задерживаясь. У другого, наоборот, для этого требуется от 50 до 60 гр.

Засим отмечаются индивидуальные колебания и в отношении содержания в крови ферментов.

За последнее время особенно заинтересовались каталазой и другими ферментами, при чем оказалось, что здоровых людей можно разбить на 4 группы, весьма отличающиеся между собой по содержанию каталазы в крови.

В отношении желез с внутренней секрецией, куда относятся железы половые, мозговой придаток, надпочечники, щитовидная железа, околощитовидные, поджелудочная, зобная и шишковидная,—желез, коим уделяется чрезвычайно большое внимание в настоящее время, как оказывается, индивидуальные колебания тоже бывают выражены чрезвычайно сильно. Так, один человек находится под преимущественным влиянием одной железы, скажем,—щитовидной, другой больше под влиянием желез половых и т. д. Если древ-

ние астрологи говорили, что каждый человек рождается и живет в связи с какой-нибудь планетой, то теперь приходится сказать, что он рождается и живет как бы в связи с одной из желез внутренней секреции.

В связи с колебаниями в содержании ферментов, и в отношении выносливости к тому или иному пищевому режиму индивидуальность сильно дает себя знать. У кого много ферментов, расщепляющих белок, те могут потреблять большое количество мяса без большого вреда для себя. Другой с трудом переносит жировую пищу, третий, как было уже говорено, мало вынослив по отношению к углеводам и т. д.

Но если так обстоит дело в отношении пищевого режима, то в связи с этим стоят и особенности кишечной флоры. Последняя же играет решающую роль в кишечном самоотравлении. Следовательно, и наклонность к кишечной аутоинтоксикации у разных индивидуумов различная.

Кишечному же самоотравлению, в свою очередь, многими отводится очень видная роль в происхождении ряда патологических процессов и даже преждевременной старости. Таково, между прочим, происхождение, по мнению некоторых авторов, в ряде случаев артериосклероза. Возможно, что степень кишечной аутоинтоксикации кладет отпечаток и на целый ряд других заболеваний.

Приходится встречать иногда и довольно интересные анатомо-физиологические отклонения в зависимости от индивидуальности.

Обычно пульс, наприм., у взрослого мужчины от 70 до 80 ударов в минуту; у Наполеона I, однако, он был равен 40,—обстоятельство, небезынтересное для психо-физиолога, так как напрашивается мысль, не играла-ли означенная особенность известную роль в определении темперамента Наполеона, в частности, напр., его хладнокровия? Мне самому пришлось встретить двух субъектов с пульсом—40.

Какова, спрашивается теперь, роль индивидуальных особенностей специально в медицинской терапии?

Вопрос этот имеет принципиальное значение не только для медицинской статистики, но и для практической медицины, как таковой, ибо если принять, что резкие индивидуальные колебания в отношении, напр., к тому или иному лекарственному веществу встречаются часто, то терапии грозит крах.

Действительно, можно привести ряд случаев, свидетельствующих о возможности и существовании подчас довольно резких различий в упомянутом отношении. Приведу несколько примеров.

Известно, что кокаин действует анестезирующим образом на месте приложения. Однако, бывают случаи, когда

он не вызывает анестезии. При усиленном токе артериальной крови, последняя настолько быстро протекает через данное место, что не дает кокаину произвести свое действие.

Другой пример относительно снотворных средств. Пежде чем повергнуть в сон, последние действуют сначала слегка возбуждающим образом, при чем эта предварительная фаза возбуждения у разных индивидуумов бывает далеко не одинаковой интенсивности и продолжительности. У некоторых же возбуждение бывает настолько сильно выражено, что снотворное действие или отсрочивается на более или менее долгое время, или дает себя знать лишь в слабой степени.

Еще пример. Опий тормозит кишечную перистальтику. Однако, в некоторых случаях он действует совершенно обратно, именно тогда, когда нервно-мышечный аппарат кишечника находится в тоническом сокращении. Угнетая и расслабляя последний, опий тогда устраняет и причину запора. В одних случаях, стало-быть, он закрепляет (обычно), в других-же, более редких, наоборот, способствует опорожнению кишечника.

Всем известно еще, что половые функции в высшей степени подвержены колебаниям. Здесь вполне применима поговорка: „что русскому здорово, то немцу смерть". Установить здесь какую-нибудь норму очень трудно, если только вообще возможно.

В отношении к гидротерапии, далее, можно указать на следующее.

Прохладная ванна у суб'ектов здоровых и крепких способствует усиленному обмену веществ. Эта же температура у суб'ектов менее крепких вызывает обратное действие. Об'яснить это не трудно, если принять во внимание, что крепкий суб'ект реагирует на охлаждение путем усиления обмена веществ. У слабых людей этот механизм работает недостаточно, и потому низкая температура действует обратным образом.

Можно указать еще на так наз. идиосинкразии, в интимной сущности своей еще мало понятные. В некоторых случаях такие индифферентные вещества, как напр., земляника, коровье молоко, вызывают у некоторых лиц странные симптомы—появляется сыпь, недомогание, боль в суставах. Об'ясняют этот факт особой чувствительностью к инородному белку, обостренную в результате повторного введения его (так наз. анафилаксия). Почему, однако, не все, а только некоторые реагируют таким образом, сказать трудно.

Подобных случаев можно было-бы привести еще целый ряд. Все они иллюстрируют одно, а именно, большое значение индивидуальности в клинической медицине вообще и в терапии в частности. Последнее важно всегда иметь в виду,

но вопрос о возможности установки при таких условиях норм, к счастью, решается, как никак, положительно: нормы, все-таки, установить можно. Закон больших чисел приходит на помощь. Если опыт, массовый опыт, подсчитанный статистически, говорит о наличии индивидуальных колебаний в известном проценте случаев, то, все же, этим не исключается возможность действования по определенным нормам.

Здесь, однако, необходимо различать две стороны вопроса: интересы медицинской статистики и интересы больного. Для медицинской науки, индивидуализация, собственно говоря, большой помехой не служит, так как закономерности, как только-что было указано, все-же, улавливаются, но больной от такого положения вещей не всегда в выигрыше. Припомните ранее приведенное мной сравнение с сапожником, который в каждом конкретном случае при шитье обуви стал бы руководствоваться средней нормой величины ноги, выведенной из ряда измерений. Клиента в большинстве случаев такой прием сапожника едва-ли устроит. То же в ряде случаев может быть и с больными. Сошлюсь на практику с хлороформом. Хотя в большинстве случаев он переносится больными благополучно, однако, известны единичные случаи смерти от хлороформа при хорошем, здоровом сердце и при отсутствии, казалось-бы, каких бы то ни было обстоятельств, ухудшающих прогноз.

Если принять во внимание, кроме того, что каждое заболевание представляет из себя целый комплекс моментов, подчас достаточно сложных (возьмем для примера хотя бы случаи крупозного воспаления легких, где многое зависит от степени интенсивности процесса, от того, какую часть легочной ткани занял процесс, от возраста больного, от стойкости его сердца, от состояния его сил и целого ряда других причин, которые учесть не всегда представляется возможным), то вы должны согласиться, что врачу клиницисту приходится оперировать с материалом в высшей степени неоднородным.

В конечном итоге я резюмировал бы так: конечно, без статистического метода в клинической медицине не обойтись так же, как и в большей части опытных наук, однако, мне кажется, ни в одной из последних не требуется такая осторожность при пользовании статистическим материалом, как именно здесь, и причиной тому те троякого рода затруднения, о коих я здесь все время говорил, затруднения, определяемые: 1) несовершенством методики в некоторых случаях, не всегда об'ясняемым несовершенством науки; 2) сложностью факторов, часто не поддающихся учету и 3) необходимостью считаться с индивидуальностью больного в каждом отдельном случае.

Экономика и статистика.

М. Смит.

Кажется, ни в какой научной области вопрос об использовании статистического метода не связан с такой неясностью и такой недоговоренностью, с какой мы имеем дело при применении статистики к экономике. Не только границы и формы статистического метода не намечены точно в этом отношении, но и самое понятие „экономика" теряет свою ясность, когда речь идет о так-называемых статистико-экономических исследованиях. В научной работе в собственном смысле слова, мы имеем дело, во-первых, с теоретической экономикой и, во-вторых, с описательной экономикой. Теоретическая экономика конструирует схемы и законы эволюции производственных отношений общества. В предисловии Маркса к первому изданию „Капитала" читаем: „физик либо наблюдает процессы природы там, где они проявляются в наиболее ясно выраженной форме и наименее затемненные посторонними влияниями, либо делает опыты при таких условиях, которые обеспечивают ход процесса в чистом его виде. В этом сочинении я задался целью исследовать капиталистический способ производства и соответствующее ему отношение производства и обмена... По существу речь идет не о более высокой или низкой степени развития общественных антагонизмов, возникающих из естественных законов капиталистического производства. Речь идет о самих этих законах, о тенденциях, действующих и проявляющихся с железной необходимостью". Маркс производил свои наблюдения и исследования главным образом над английским капитализмом, именно потому, что в этой стране капиталистический способ производства проявлялся в ту эпоху „в наиболее ясно выраженной форме и наименее затемнялся посторонними влияниями". Или, иначе говоря, наблюдал „ход процесса в его чистом виде". Продолжая работу классической школы экономистов, Маркс установил ту общезначимую экономическую терминологию, без которой невозможна и работа описания экономических явлений. Поскольку мы ставим себе уже вторую задачу—изучение „более высокой или низкой степени развития общественных антагонис-

мов", описательная экономика, исходя из теоретических схем, из общезначимой терминологии, прослеживает самый путь развития в определенные периоды в определенных странах. Для отдельных конкретных целей она останавливается,— переходя в тип монографического описания,—на отдельных отраслях промышленности, отдельных областях или даже на отдельных крупных хозяйственных единицах.

Именно в работах описательной экономики наиболее использовываются результаты работ экономической статистики. Описание не ограничивается общей характеристикой встречаемых явлений, оно стремится дать с помощью сводных признаков и количественную характеристику их. В введении к „Политической Экономии" Богданова и Степанова читаем:

„Больше порядка и ясности в изложении фактов позволяет внести метод статистический. Он точнее, потому что оперирует количественными приемами. Он в цифрах выражает абсолютную и относительную частоту тех или иных явлений, тех или иных признаков, им свойственных. Он надежнее освещает взаимную связь этих признаков, численно констатируя, какие из них с какими постоянно соединяются. Там, где не удается точный цифровой подсчет... те же цели нередко достигаются, до известной степени, неопределенно-численными указаниями: „в подавляющей массе случаев", „в большинстве наблюдений", „в редких, в исключительных случаях" и т. д. Низшая „форма статистического метода тем менее полезна, чем сложнее и разнообразнее исследуемые факты, а экономические, как и вообще социальные, относятся к самым сложным и разнообразным, поэтому наша наука должна всюду стремиться к замене неопределенного подсчета точно-цифровым".

В этих формулировках классиков экономики положение как будто-бы вполне ясно, и не менее ясно намечены пути работы статистиков. Совсем иная позиция получается, однако, когда мы обращаемся к теоретикам и практикам статистики. Классический теоретик статистики тяготеет не к „идеальному случаю в экономике", а к „идеальному случаю в математике". Идеальный же случай в математике, или, вернее, в теории вероятностей, это—1) некая правильная повторяемость чисел во времени, 2) некоторое определенное соотношение числовых групп в коллективе, (рассматриваемом статически), находящее свое математическое выражение в симметрической кривой распределения, 3) представление о некоем „истинном" значении статистической величины, которое должно лечь в основу статистических наблюдений. Вокруг этих концепций группируются более или менее все теоретические построения математической статистики, начиная от простейших построений Лапласса и Бернули и до

современных исследований Кейнса. Правда, самая постановка вопроса, перетерпев на расстоянии довольно длинного исторического периода значительные изменения, и все более усложняясь, приходит у современных исследователей к совершенно новым формулировкам. Основные задачи, которые ставила себе теория вероятностей, получают совершенно различные решения у основоположников теории и у ее современных интерпретаторов.

В частности Кейнс, подвергая резкой критике так—называемую, „частостную" теорию вероятностей (the frequency theory of probability) и продолжая путь, проложенный уже отчасти школой Лексиса и Борткевича, становится на совершенно новый путь.—„Частость, хотя бы и назвать ее вероятностью,—говорит Кейнс, [1])—не может решить вопроса, какая из различных альтернатив логических предпочтительнее других. Затем всякая статистическая частость добывается путем индукции из некоторого конечного числа наблюденных фактов и, следовательно, никогда не может быть вполне надежной. Наконец, многие вероятности, получаемые в результате сложных выводов или относящиеся к сложным и трудно осуществимым событиям, было-бы крайне трудно подтвердить эмпирически, а заключить, что они подтвердились-бы на опыте, как в более простых случаях, мы не имеем оснований". Отсюда-то и получается та опасность, которая заключается в склонности статистика делать необоснованные обобщения: „Статистик, более занятый техникой своего дела, склонен к необоснованным обобщениям: выравняв, например, кривую смертности для некоторой части населения, он склонен придать ей нормативное (курсив мой. *М. С.*) значение, не исследуя всех условий, при которых это возможно: не исследуя, какова была рассматриваемая часть населения, каковы были условия ее существования, каковы были методы ее наблюдения и т. д. Эта опасность тем более велика, чем сложнее и специальнее техника какого-нибудь исследования, так как тогда тем сильнее обнаруживается тенденция—описание выдать за обобщения. Эта тенденция усиливается тем, что многие термины в статистике имеют двойной смысл—описательный и индуктивный. Таковы термины: вероятная ошибка, корреляция, устойчивость и т. п., служащие и для описания и для обобщения.".

Тут мы вплотную подходим к сущности проблемы. Блестящий математик и очень видный экономист, автор „Трактата о вероятности" (a Treatiseon Probability) и в то-же время

---

[1]) Цитирую по изложению Романовского, см. его статью: „Теория вероятностей и Статистика" в „Вестнике Статистика" 1924 г.

автор трактата „Об экономических последствиях Версальского договора“—Кейнс сумел провести резкую грань между одной из отраслей высшей математики, как таковой, и между использованием ее для „необоснованных обобщений“, которые статистики уже много десятков лет с разными вариантами предлагают нам принять за законы или нормы, совершенно не интересуясь эмпирическим подтверждением их и совершенно не прибегая к критике исследуемого материала. „Для Лапласса,—говорит Кейнс,—важна лишь относительная частость рассматриваемого события и число испытаний, т.-е. факты чисто-арифметического порядка“ (курсив мой. *М. С.*) Для самого-же Кейнса „простое установление относительной частости некоторого явления почти ничего не стоит“.

Но если „арифметический порядок“ и „простое установление относительной частости“ не могут быть ни вполне надежными, ни для сложных случаев-эмпирически проверенными, то ясно, что все классические теоремы вероятности и все построенные на них утверждения теоретиков статистики не могут лечь в основу экономической статистики. Правда, задолго до выпуска в свет работы Кейнса, с ее более уверенной формулировкой этого вопроса, статистическая мысль отрешилась уже от той грубо-упрощенной трактовки, которая легла в основу школы Кетле, опиравшегося на простейшие формулировки Лапласса и Бернули. Вместо „естественных законов“ и „законов распределения“, на сцену появилась более осторожная формулировка Лексиса о большей или меньшей устойчивости явлений, нормальной в одних случаях, „под и сверх нормальной“ в других. Описательное значение статистических констатаций стало выдвигаться на первый план, установление-же законов и норм—на второй. И место единой „нормальной“ кривой Гаусса заступила система типических кривых Пирсона, являющаяся, конечно, гораздо более эффективным орудием для изучения и описания, чем условная кривая Гаусса, пытающаяся подчинить явления биологического и экономического мира случайному математическому моменту, независимо от их реальной природы.

И все-же фетишизм числа оставался. Если установленные для данных социальных условий, обладающие некоторой устойчивостью, статистические коэфициенты перестали быть законами, то они все-же принимались за норму, вопреки утверждению Кейнса, что „всякая статистическая частость добывается путем индукции из некоторого конечного числа наблюденных фактов, и, следовательно, никогда не может-быть вполне надежна“. Иначе говоря, во главу угла клались все-же „факты чисто арифметического порядка“.

И статистики-теоретики всячески старались оправдать реальный мир за то, что наблюдаемые в нем числовые отношения обладали, по выражению Юля, „высокой степени асимметрией в распределении элементов, от которых зависит сложная переменная величина".

Кривые же Пирсона, классификация которых построена только математически, оставались все же недостаточными для изучения распределения в реальных коллективах биологов и экономистов.

Отступление фактов от теории очень мало смущало иногда статистиков. Они готовы были скорей весь мир признать ошибочным, чем усумниться в нормативном значении своих „закономерных", или „нормальных" кривых. При этом чрезвычайно редко, кто отмечал тот факт, что познавательный материал, которым оперировали чистые статистики, весь сводился к 2—3-ем группам. С одной стороны, мы имели здесь дело с азартными играми и черными и белыми шарами, а, с другой—с немногими явлениями физиологической области, как рождаемость и смертность. Только Боули была сделана некоторая попытка провести логическую грань между явлениями, поддающимися и неподдающимися трактовке теории вероятностей. Им-же была поставлена точка над и, над понятием „опыт", как оно обычно использовывается статистиками. „Теория,—говорит он,—применяется к опытам, производимым при неизменяющихся условиях. Если мы вынимаем шары разной окраски из мешка, где их находится большое количество, то все внешние условия должны оставаться неизменяющимися во время производства опыта... В условиях-же человеческого общества, где мы имеем дело с какой-либо установленной нормой, как норма смертности... мы имеем дело с постоянно изменяющейся средой, с постоянно изменяющимися общественными и санитарными привычками... Эти причины и об'ясняют несовпадение с законом ошибочности больших чисел, распределенных во времени... Большие-же числа, распределенные в пространстве, из'яты от влияния этих нарушающих закономерность причин, и по отношению к ним мы можем ожидать большего соответствия. Например: можно думать, что норма рождаемости в ряде областей распределяется с большим соответствием кривой ошибочности, чем норма рождаемости в одной области за ряд лет". [1]). Вообще чрезвычайная научная осторожность, которую проявляет Боули в трактовке этого вопроса, могла-бы послужить примером многим современным статистикам, которые с чрезвычайной развязностью, абсолютно ничем не оправдываемой

[1]) „Elements of statistics", стр. 297 предпосл. англ. изд.".

утверждают, что статистика является, не согласно определению Чупрова, идиографической наукой, ставящей себе лишь описательные цели [1]), но что с помощью ее можно открыть и законы, как таковые. Так, Романовский, автор вышецитированной статьи, где он излагает учение Кейнса, утверждает в начале той же статьи: „Одна из основных целей статистического исследования — установление законов или закономерностей изучаемых явлений". По его мнению: „нет нужды настаивать на важности и обширности номографических задач статистики", ибо эти последние демонстрируются применением статистики в разных областях науки". Для подтверждения же этих своих столь самоуверенных утверждений, Романовский не менее развязно утверждает: „Всем известно (?!), что основанием к преследованию этой цели (установлению законов) для статистики служит устойчивость относительных частостей, для большинства реальных (?!) статистических совокупностей". Таким образом, для Романовского „факты чисто арифметического порядка" приобретают реальность, в силу которой он отметает, ничто-же сумняшеся, весь длинный путь истории статистической мысли и возвращается к простейшим, грубейшим концепциям Лапласса и Бернули. Правда, между этими необоснованными утверждениями Романовского и его дальнейшим изложением связь весьма слаба.

Еще более слаба она между утверждениями такого рода и миром реальных статистических совокупностей. Наоборот, даже те немногие реальные совокупности общественной жизни, где мы действительно имеем дело с некоторым подобием устойчивости, как явления смертности и рождаемости, начинают отступать от пресловутой „закономерности". Война и революция опрокинули все наши представления об устойчивых коэфициентах смертности, а изучение классовых коэфициентов смертности переводит вопрос в совершенно иную плоскость. Как только санитарная статистика изучает коэфициенты смертности по группам социального и имущественного положения, так сразу становится ясно, что пресловутую „дань", о которой говорил Кетле, платят только одни группы и совсем не платят другие [2]). Что демографические ряды гораздо плавнее, чем ряды экономические, это, конечно, факт несомненный, и современной статистике чрезвычайно легко фактическими данными опровергнуть пресловутое, абсурдное утверждение Мальтуса о том, что население растет в геометрической прогрессии,

---

[1]) „Очерки по теории статистики". Тезисы.

[2]) См. брошюру д-ра Куркина: „Смертность малых детей", стр. 24, 25, а также мои „Основы статист. метод". Выпуск 1-ый, изд. 2-е, стр. 38 и 139.

а производительные силы—в арифметической. Стоит только взглянуть на данные о развитии двигательной силы в связи с движением населения, чтобы иметь право опрокинуть утверждение Мальтуса вверх ногами. Медленный и, относительно, устойчивый рост населения отстает во всех странах от стремительного роста двигательной силы [1]). А развитие двигательной силы совершается, конечно, пропорционально развитию массы перерабатываемого сырья. Можем-ли мы, однако, в какой либо мере умозаключить от плавности демографических рядов к построению каких-нибудь законов экономического развития? Конечно, по отношению к рождению мальчиков и девочек общество действительно похоже на гигантский ящик с черными и белыми шарами и между вероятностью, полученной на „опыте“ с черными и белыми шарами, и вероятным распределением новорожденных по полу существует известная аналогия. Но, увы, тутто и кончается для обществоведа возможность использования „опыта“ с ящиком с черными и белыми шарами. Только новорожденные младенцы соответствуют логическим требованиям аналогии. Ибо, как только производственные отношения данной общественной среды сообщают мальчикам и девочкам целый ряд добавочных социальных и производственных признаков, помимо разграничения по полу, аналогия с белыми и черными шарами, различающимися только по одному признаку, исчезает, и дальнейшая судьба этих новых членов общества может быть изучена статистиком не с точки зрения каких-то несуществующих законов, а лишь в порядке описательно-классификационном при помощи сводных признаков.

Экономист, изучающий эволюцию хозяйственной жизни, все время имеет дело не с устойчивостью, а с изменяемостью больших масс.

Пролетаризация мелких производителей, расслоение крестьянства, рост городского населения за счет сельского— все это реальные факты, все это законы и схемы развития, наблюденные и абстрагированные сначала умом теоретика и подтвержденные затем наблюдениями статистика-практика. Во время прений по докладу А. К. Тимирязева последний сказал, что и в физике некоторые константные величины получили название „пластических“; в мире же социально-экономических явлений мы вообще не можем говорить ни о каких „логических константах“, а лишь о таких чисто эмпирических, и в высокой степени пластических константах, ко-

[1]) См. диаграмму „Движение населения и мощности паровых машин в Пруссии“ в 1-м выпуске моих „Основ“, а также таблицы 17 и 18 во 2-м выпуске той же работы.

торые являются результатом медленного темпа развития, а отнюдь не законом „божественного порядка". И современный экономист-статистик марксистского направления, может провести полную параллель между статистическим фатализмом и витализмом, который изучает не химико-механические процессы, а проявление некоей жизненной силы.

Конечно, работы Кейнса и, отчасти, Мизеса изменяют самое представление о „логической константе", а главное, об ее практическом использовании. И в этом отношении работы названных авторов только помогают окончательно „вытеснить промысел божий на задворки науки" (колокольников). Поскольку-же место мистической, логической константы начинает занимать пластическая, эмпирическая константа, являющаяся результатом, а не предпосылкой общественного развития, постольку определяется и конкретизируется ироль математической статистики в применении к явлениям хозяйственной жизни. Правда, мы не пытаемся теперь открывать с помощью ее естественные законы и незыблемые экономические категории, но и в порядке описательного изучения явлений мы применяем математическую статистику к таким явлениям, как периодические колебания урожайности, профессиональная заболеваемость и смертность и т. д.

Огромную-же преобладающую роль в описательной экономике играет статистика сводного признака, опирающаяся в огромном большинстве случаев не на идеальный случай в математике, а на идеальный случай в экономике... Во время прений по докладу В. А. Костицына докладчик чрезвычайно остроумно заметил, что чистая теория вероятностей сделалась теперь пригодна только для игры в рулетку. В научной работе она всегда связана с материальным содержанием этой науки, а, следовательно, и с точным сознанием тех „сколь угодно сложных" (Кейнс) явлений, от исчисления вероятности которых окончательно отказывается Кейнс.

Но если от законов, построенных на основе логических констант, мы перейдем к законам и схемам политической экономии, и сделаем их исходными пунктами наших статистико-экономических выкладок, то нам придется столкнуться с явлением иного порядка, с тем, что в практической работе статистики эти теоретические схемы экономики логически и сознательно не принимаются во внимание, что в основе ее лежит в огромном большинстве случаев чисто случайный эмпирический подход, который в зависимости от изучаемого материала может быть либо вполне достаточным, либо отнюдь не достаточным, либо явно вредящим делу.

В своем вступительном докладе я уже указывала на целый ряд грубейших ошибок, допускаемых статистиками благодаря непониманию материальн. природы об'екта счета. И нужно отдать справедливость статистике,—в этом отношении задачи ее чрезвычайно трудны в области изучения народного хозяйства. Чтобы мерить, нужно иметь орудие измерения. А орудие измерения должно быть приспособлено к хозяйственным процессам большой сложности. Если физик для изучения электричества ввел такие сложные единицы, как вольт и ампер, для изучения теплоты—калорию и градус, то тут мы имели дело с двойным процессом: с одной стороны, для того чтобы установить эти единицы, нужно было иметь уже некоторое достаточное знание о природе электричества и теплоты, а, с другой стороны, сами эти единицы, будучи установлены, сделались познавательным орудием, которое облегчило дальнейшую работу. Примерно так обстоит дело и в экономической науке. Конечно, Богданов вполне прав, говоря в своем вышецитированном введении, что: „экономическая наука должна всюду стремиться к замене неопределенного подсчета точно-цифровым". Но что именно должен включать этот „точно-цифровой подсчет", с чего он должен начинаться и как вестись—это для экономиста-статистика вопрос огромной важности. Каковы те вольты, амперы, градусы и калории общественно-экономических процессов, которыми измеряется их об'ем, направление и напряженность? Как добиться того, чтобы каждая статистическая цифра обладала полновесной экономической значимостью, безупречной сравнимостью и четкой динамичностью? Ибо статистические цифры, не обладающие такими добродетелями, не только не приносят пользы, но приносят явный вред. На первый взгляд дело кажется, как будто-бы простым—экономическая категория должна быть преобразована в счетную и техника статистического счета должна быть приспособлена к тому, чтобы все записи и сводки нигде не отступали от основного требования—экономической значимости. Но соблюдение этого условия требует одной предпосылки и, хотя может быть, моя формулировка этой предпосылки покажется парадоксальной, но я все же позволю себе привести ее и притом, без всяких оговорок, вполне категорично. Все дело в том, что к работе экономической статистики, в ее руководящей, по крайней мере, части, абсолютно не должны допускаться статистики, как таковые, а работа должна обязательно вестись квалифицированными экономистами, знающими статистический метод. Совершенно так же, как в области физики, статистическими исчислениями занимаются не статистики, а физики, знающие статистический метод. На самом деле мы имеем обратное явление: „экономистом" сплошь и рядом зовет

себя тот статистик, который, занимаясь статистическим учетом экономических явлений, не может не соприкасаться хотя-бы в каком-нибудь об'еме с экономической природой своих счетных категорий. Правда, его экономические познания отнюдь не являются ни научными познаниями, ни систематизированно-прикладными. Они неизбежно являются случайными, т.-е. могут включать более или менее точное представление о данном предмете и уж почти наверно не включают сколько-нибудь ясного представления о связи данного явления или данной счетной категории с совокупностью народнохозяйственных явлений. Иначе говоря, они почти никогда не ведутся под знаком „осмысленного целого" (Меерварт) или „народно-хозяйственного целого" (Громан). Уже в первом докладе мне приходилось демонстрировать, как своеобразно обращаются статистики с такими техническими и экономическими категориями, как лошадиная сила, промышленное предприятие, промышленный рабочий, сельскохозяйственная единица, чистая ценность продукции и т. д. Экономисту, которому захотелось-бы, плагиируя заголовок известной работы Маркса, написать работу „К критике современной экономической статистики", предоставляется широкое поле работы: ему придется, как говорит Боули, переработать все статистические материалы так, чтобы „выразить их в терминах общеэкономической значимости", и все же его работа будет более плодотворна в критической части, чем в положительной, ибо, раз ошибка была допущена при первичном регистрировании, раз источником погрешности является непонимание экономической природы изучаемого явления или неумение установить единицы меры, то в дальнейшей работе либо совсем не представляется возможным устранить первородные грехи, либо это можно сделать лишь частично.

Я не буду умножать примеров статистического оппортунизма, грешащего против науки и ничего не дающего практике, только на одном любопытном моменте хочется мне еще остановиться прежде, чем перейти к следующим частям моего доклада. Я не могу пройти молчанием тех совершенно фантастических счетных категорий, которые в буржуазной статистике принято называть статистикой заработной платы. Отсутствие значимости особенно велико именно в этих цифрах потому, что именно понятие—заработная плата, трактуем ли мы его экономически или количественно, не поддается изучению, как таковое вне связи его с другими экономическими моментами. Некоторые из этих моментов уже начинают осознаваться. Давно уже началась работа по соизмерению движения заработной платы и движения стоимости жизни. В нашей Республике со всей определенностью стал вопрос о соизмерении движе-

ния заработной платы и движения производительности труда. Однако, самого основного—экономического подхода, охватывающего все проблемы и способного пролить свет на постановку статистического измерения, мы все-же не имеем. Если итти и в этом вопросе по методу Ленина и Меерварта, т.-е.—сначала определить понятие, а потом создавать план измерения, то нам придется обратиться к тем главам Маркса, где Маркс анализирует природу заработной платы. „Всемирной истории“,—говорит он в главе о „превращении ценности или цены рабочей силы в заработную плату,“—„нужно было много времени, чтобы проникнуть в тайны заработной платы“ [1]). Для Маркса заработная плата—это не „цена труда“, т.-е. полная ценность рабочего дня (как это представлялось буржуазным экономистам прошлого и как это до сих пор представляется и многим современным экономистам), а это только „цена рабочей силы“, или той части рабочего дня, которая идет „на восстановление рабочей силы“. „Форма заработной платы,—говорит Маркс—уничтожает, следовательно, всякий след разделения рабочего дня на необходимый труд и прибавочный труд. Весь труд кажется оплаченным трудом.... На этой форме проявления, которое делает действительное отношение невидимым и показывает прямо-противоположное (курсив мой. *М. С.*), покоятся все правовые представления рабочего и капиталиста, все мистификации капиталистического способа производства, все его иллюзии относительно свободы, все апологетические увертки вульгарной экономии“ [2]). Одной главой раньше Маркс анализирует самые изменения в величине рабочей силы и прибавочной ценности, в зависимости от трех факторов: 1) производительной силы труда, 2) интенсивности труда, и в третьих—экстенсивной величины труда или длины рабочего дня. Для двух из этих случаев он доказал, что рост ценности рабочей силы отстает от роста прибавочной ценности, и что абсолютное увеличение заработной платы, т.-е. цены рабочей силы или, по другой терминологии—стоимости необходимого труда,—сопровождается на самом деле относительным падением цены рабочей силы или заработной платы и в то же время сокращением того отрезка рабочего дня, который тратится на необходимый труд или на труд эквивалентный ценности средств существования, необходимых для воспроизводства рабочей силы.

Для экономистов, штудировавших Маркса, эти формулировки вполне понятны. Ученых других специальностей я отсылаю к 15-й главе I-го тома „Капитала“, где с осо-

---

[1]) Цитирую по переводу под ред. Струве. Том 1, стр. 382.

[2]) Ibidem, стр. 382.

бенной силой выступают наружу методы марксовского анализа. Возвращаясь к формулированным положениям, я отмечаю, что в первой формулировке цены рабочей силы или заработной платы положения Маркса имеют большое практическое значение для рабочих капиталистических стран, отстаивающих свою долю национального дохода или борющихся против постоянного повышения нормы эксплоатации; 2-я формулировка (уменьшение того отрезка рабочего дня, которой идет на необходимый труд) имеет чрезвычайно большое значение именно для данного момента в жизни нашей республики, когда нам необходимо, наконец, научиться калькулировать взаимоотношение долей нашего общественного капитала. Рабочий капиталистической страны заинтересован прежде всего в том, чтобы относительная ценность v не отставала от движения относительной величины m. В нашей Республике задача имеет несколько другой аспект: величина v должна быть с одной стороны достаточно высока, чтобы допускать дальнейший рост производительности труда, но с другой—высота ее не должна превышать того уровня, при котором экспроприированный обществом m или совокупный прибавочный продукт всего общества был бы достаточно велик для возможности воспроизводства и дальнейшего расширения нашего разрушенного основного капитала. И совершенно прав был В. И. Ленин, когда утверждал, что „нельзя и толковать о потреблении, не поняв процесса воспроизводства всего общественного капитала и возмещения отдельных составных частей общественного продукта..... Политическая экономия занимается вовсе не производством, а общественными отношениями людей по производству, общественным строем производства", раз эти общественные отношения выяснены и проанализированы до конца „тем самым определено и место в производстве каждого класса, а следовательно, и получаемая им доля национального потребления" [1]).

А, следовательно, скажем мы, и действительный масштаб измерения относительной величины заработной платы, но именно этого то масштаба мы, увы, нигде не находим у буржуазной статистики. Простейшее, грубейшее сопоставление роста заработной платы с ростом так называемых „нетрудовых доходов", сделанное профессором Боули совершенно мимоходом, показывает нам, что там, где статистик получает знак плюса, мы на самом деле имеем дело со знаком минуса.

В своей брошюре, посвященной критике официальной

---

[1]) „Развитие капитализма в России", изд. 1923 г., стр. 23.

статистики, он приводит следующую табличку параллельного роста заработной платы и нетрудовых доходов: [1])

Годы	Зарплата (Индексное число)	Доход, подлежащий обложению по отношению ко всему населению (Индексное число)
1894	100	100
1895	99	102
1896	100	104
1897	101	109
1898	107	111
1899	109	115
1900	112	118
1901	113	118
1902	111	118
1903	110	118
1904	109	118

Статистика, как таковая, имеет дело обычно только первым рядом, или, точней со всеми отдельными рядами, которые им обобщены. И без-относительно роста нетрудовых доходов констатируется повышение, там где на самом деле имеется понижение и отставание от роста нетрудовых доходов, или иначе говоря, рост прибавочной ценности. При этом проф. Боули берет отношение нетрудовых доходов ко всей массе населения. На самом деле следовало взять его только к нетрудовому населению, и тогда второй ряд дал бы еще большее повышение, относительное же понижение первого тоже оказалось бы большим.

Конечно, расхождение этих рядов отражает в действительности факты производственного порядка. Рост „производительной" силы или „интенсивной" величины труда—и гораздо реже „экстенсивной" его величины приводил к отставанию роста ценности рабочей силы от роста прибавочной ценности. Сознательные рабочие-руководители стачечной борьбы пролетариата почти всегда знают и учитывают явления этого порядка. Даже рабочие средней наблюдательности знают, что при введении новых машин и новых систем труда их выработка ростет в большей пропорции, чем их заработок. Знаменитая забастовка текстильщиков, конца предыдущего столетия вошла в историю как забастовка, вырвавшая у самодержавного правительства первый законодательный акт по нормированию рабочего дня и фактиче-

[1]) The improvement of official statistics, стр. 15.

ское его сокращение для текстильщиков. Эти факты имели место в действительности, но не только они. На самом деле, вырванное героической борьбой рабочих сокращение рабочего дня послужило толчком к резкому увеличению интенсивности труда. Так ленинградские ткачи перешли от работы на одном станке к работе на двух, т.-е. вознаграждали „уплотнением", рабочих часов, то, что было потеряно на числе их. Тут имело место весьма небольшое абсолютное повышение зарплаты, и весьма значительное, относительное понижение ее по сравнению с ростом нормы эксплоатации.

Буржуазная статистика оперирует обычно лишь абсолютным изменением заработной платы и не умеет сопоставлять ее с затраченным трудом и полученным результатом.

„Ваши буржуазные статистики говорят, что средняя заработная плата семейств, работающих на фабриках Ланкашира, поднялась. Но они забывают, что вместо труда одного лиш мужчины, теперь глава семейства, его жена трое или четверо детей, бросаются, как жертвы под колесницу Джегернаута—капитала, что, увеличение всей суммы вознаграждения не соответствует увеличенной сумме выжатого из всей семьи труда". Это, говорил Маркс, в своем докладе: „Заработная плата, цена и прибыль", [1]) обращаясь к своим буржуазным слушателям. И то, против чего он восставал тогда, остается в силе еще до сих пор: статистики не умеют сопоставить изменение зарплаты с изменением „суммы выжатого из рабочих труда".

В специфических условиях переживаемого момента этот ошибочный подход может дать и иные результаты. Ошибка остается ошибкой и при перемене знака, и закон Маркса остается верным и с знаком минус. Иначе говоря, при резком уменьшении производительности, интенсивности и экстенсивности силы труда, уменьшение прибавочной ценности может превышать уменьшение ценности рабочей силы.

Иначе говоря, если Марксову формулу ценностного состава валовой продукции—представить в ее общем алгебраическом виде c+v+m, то+m опережает в своем росте увеличение v, а—m опережает в своем росте уменьшение v. Со вторым соотношением выработки прибавочной ценности мы имели отчасти дело в СССР, в период военного коммунизма. И если бы мы вывели тогда обобщающие таблицы для индексного числа зарплаты (v) и индексного числа национального дохода, (m+v), то мы, вероятно, уви-

---

[1]) Стр. 41—42, издание ВЦИК.

дели бы, что падение зарплаты совершается медленнее, чем падение национального дохода [1]).

При улучшении условий производительности труда этот процесс видоизменяется, и все же до настоящего времени рост заработной платы временами превышает рост общей производительности труда, временами отстает от нее. Очередная задача статистики именно и состоит в том, чтобы установить эти взаимоотношения но для этого необходимо, чтобы статистика сумела правильно подойти к вопросу и, соответственно организовав свою работу, установить важнейшие типы и группы предприятий и производств, дающие те или иные виды соотношений.

Ибо статистическая группировка, правильно поставленная и не „оппортунистическая", может стать в руках экономиста могущественным орудием не только описания, но и анализа экономических явлений. И, хотя я стою в опозиции ко всякому преувеличению значения статистического метода, я должна констатировать, что здесь мы имеем дело весьма часто с недостаточной оценкой его.

Классической работой экономиста, использовывающего статистический метод, является до сих пор работа В. И. Ленина: „Развитие капитализма в России", а также и ряд других его работ, где он широко пользовался статистическим методом. Ленин не только ругал статистиков, как это делаем более или менее все мы, не только указывал на непригодность их цифр, он сам взял в руки рабочее орудие статистика и построил свои собственные комбинационные таблицы, приведшие его к совсем иным выводам, чем выводы статистиков народнического толка. Его интересовали не „факты арифметического порядка", (Кейнс), а факты экономического порядка. И он безжалостно издевается над тем, что он называет, „игрой в циферки". Говоря о работах Вихляева и Черненкова, он пишет (стр. 85, нового издания), „они так увлеклись пестротой цифр о распределении лошадей в крестьянстве, что превратили экономический анализ в статистическое упражнение. Вместо изучения типов крестьянского хозяйства (поденщик, средний крестьянин, предприниматель), они изучают, как любители, бесконечные столбцы цифр, точно задавшись целью удивить мир своим арифметическим усердием. Только благодаря такой игре в циферки господин Черненков и мог сделать мне такое возражение, будто я предвзятым образом толкую „дифференциацию", как новое (а не старое) и почему то непременно капиталистическое явление. Вольно-же было г-ну

[1]) В значительной мере это сделано работой С. Г. Струмилина, показавшего с цифрами в руках для определенного исторического периода, что $+m$ растет быстрее, чем v. См. его работу: „Заработная плата и производительность труда".

Черненкову думать, будто я делаю выводы из статистики, забывая экономику, будто-бы я доказываю что-либо одним лишь изменением в числе и распределении лошадей".

Несмотря на разницу формы, эти рассуждения по существу возвращают нас к позиции, на которой стояли Иогансен и Мендель по отношению к Гальтону и, даже, Пирсону. Конечно, у народников были не только цифры, были и некоторые теоретические предпосылки. И Ленин борется не только с их цифровыми манипуляциями, но, прежде всего, с их теоретическими воззрениями. Но, если мы вдумаемся сколько-нибудь серьезно в природу этих теоретических воззрений, то увидим, что по существу они отнюдь не перевышали того теоретического багажа, с которым Гальтон и позже автор „Биометрики" подходили к своим статистико-биологическим построениям.

Ведь в конце концов, совсем без всяких теоретических предпосылок, к вопросу подходить нельзя. Весь вопрос только в ценности этих предпосылок. Гальтон знал, несомненно, о поддающихся измерению признаках наследственности, но он знал о них недостаточно, чтобы суметь правильно разграничить самые признаки, а затем и материал, который он обрабатывал (см. доклад Серебровского, стр. 153). И его общие средние имеют чрезвычайно много общего с теми народническими средними, о которых я уже говорила в своем первом докладе.

Ленину не трудно было разбить чрезвычайно наивное утверждение народников о том, что „разорение мелких производителей сокращает покупательную способность населения и сокращает внутренний рынок". „Они забывают, что освобождение одной части производителей от средств производства необходимо предполагает переход этих последних в другие руки, превращение их в капитал—предполагает, следовательно, что новые владельцы средств производства производят в виде товара те продукты, которые раньше шли на потребление самого производителя, т.-е. расширяют внутренний рынок,—что, расширяя свое производство, эти новые владельцы пред'являют спрос рынку на новые орудия, сырые материалы, на средства транспорта и пр., а также и на предметы потребления.... Забывают, что для рынка важно вовсе не благосостояние производителя, а наличность его денежных средств....Ибо, чем дальше разоряется такой крестьянин, тем более вынужден он прибегать к продаже своей рабочей силы, тем большую часть своих (хотя-бы и более скудных) средств существования он должен приобретать на рынке" (стр. 6 и 7).

Далее, Ленин напоминает классическую формулировку этого вопроса Марксом: „экспроприация и изгнание части сельского населения не только освобождает вместе с рабо-

чими их жизненные средства и их рабочий материал для промышленного капиталиста, но и создает внутренний рынок".

Приблизительно такую-же научную ценность представляют и остальные теоретические построения народников. Они либо „отрицают" наличие общественного разделения труда в России, либо игнорируют развитие внутреннего рынка и обусловленное им расслоение крестьянства, либо доходят даже до отрицания и игнорирования такового теоретически-ясного и легко подтверждаемого цифрами момента, как рост промышленного населения за счет земледельческого. „Нельзя себе представить капитализма,—пишет Ленин,—без увеличения торгово-промышленного населения за счет земледельческого. И всякий знает, что это явление самым рельефным образом обнаруживается во всех капиталистических странах. Вряд ли есть надобность доказывать, что.... образование промышленных центров, увеличение их числа и притяжение ими населения не может не оказывать самого глубоко влияния на весь строй деревни. Не может не вызывать роста торгового и капиталистического земледелия. Тем знаменательнее тот факт, что представители народнической экономии совершенно игнорируют этот закон как в своих чисто-теоретических рассуждениях, так и в рассуждениях о капитализме в России" (стр. 5 и 6).

Именно с такими наивными и совершенно „преднаучными" теориями подходят статистики-народники к обработке статистических материалов. И в результате они получают свои бесконечно-оппортунистические группировки крестьянских хозяйств по чисто формальному признаку *надела*, а не по фактическому признаку *хозяйственной состоятельности*. Или совсем не догадываются о том, что в основу группировки фабрично-заводских предприятий и фабрично-заводских рабочих должно лечь резкое отграничение действительных промышленных предприятий и действительно-промышленных рабочих от ремесленных и кустарных. И в результате, средний крестьянин, законный наследник среднего человека Кетле, составляет у них основную единицу массы крестьянства, не желающего поддаваться никаким экономическим изменениям. Если-же там и здесь наблюдается иногда „дифференциация", то это лишь „случайные отклонения", об'ясняющиеся случайными причинами. В этой массе, состоявшей из средних случаев, уравнивается сельский пролетариат и сельская буржуазия и совершенно исчезают важнейшие экономические типы. Затем аналогичными приемами доказываются, что ни число рабочих, ни число фабрично-заводских предприятий не увеличивается и что мелкие предприятия отнюдь не склонны уступать своего места крупным. В таком-же благополучно-устойчивом положении

находится и вся масса кустарей и мелких товаро-производителей. Не растут, конечно, в соответствии со всеми этими моментами и крупные города и торгово-промышленные центры за счет земледельческих. Словом, экономической истории как не бывало. Ее победили устойчивость статистических рядов и царящие над всем—средние числа.

Исходя из стройной, целостной теории развития капитализма, анализируя рост общественного разделения труда и развития товарного хозяйства, изучая процесс отделения мелкого производителя от средств производства и опираясь на теорию национального дохода и теорию реализации Маркса, Ленин шаг за шагом разрушает статистические выкладки народников. Он перекомбинировывает заново их таблицы, кладет в основу группировок иные группировочные признаки, пересматривает самые единицы счета и получает, в результате, совершенно иную картину. И даже те ученые, которые не стоят на точке зрения Маркса, но не являются все-же, как народники,—идеологами докапиталистического бытия, не могут все же не признать, что историческая картина, нарисованная Ленинскими таблицами и сводками, отнюдь не расходится с действительностью. Экономисты же, умеющие применять к изучению действительности марксовско-ленинский анализ ее, считают, что статистическая работа Ленина заложила тот фундамент, от которого мы должны отправляться в нашей будущей работе и который заставляет нас обратить внимание на „постоянное преобразование способов производства" и на совершающееся в соответствии с ним постоянное изменение хозяйственных форм и производственных отношений. В общем и целом Ленин поступил, как Мендель. Законы наследственности Менделя отмечают, как нечто ненужное „статистические" законы наследственности Гальтона, но вслед за тем, когда его собственные законы уже сформулированы и теоретически закончены, сам Мендель прибегает к статистическому методу. Ибо свои теоретические построения он проверяет и конкретизирует с помощью массовых статистических наблюдений (см. доклад Серебровского, стр. 155-6). Именно по этому пути должен итти работник экономической статистики.

Значительно позже Ленина приемами, приближающимися к ленинским, пользовался в экономической статистике немецкий ученый—Меерварт. Первый из всех статистиков он пытается сформулировать теорию экономической статистики [1]). Исходя из того положения, что в основу статистического наблюдения должна быть положена определенная теоретическая концепция, он подвергает критическому пере-

[1]) Rudolph Meerwarth. „Einleitung in die Wirtschaftstatistik". Jena, 1920. Русский перевод в издаваемой Гизом серии: „Теория и практика экономической статистики".

смотру методологию важнейших немецких переписей и других статистических работ. О чем бы не шла речь: о промышленной единице, о сельскохозяйственной единице, об отрасли производства, промышленном рабочем или ценности продукции, он всюду начинает с теоретического определения понятия. И устанавливает сначала насколько та единица счета, которой пользовались немецкие статистики, соответствует или не соответствует действительной природе изучаемого об'екта. При критике группировок он всюду обращает внимание на то, как „формально-статистический подход к вопросу" расходится у статистиков с той группировкой по экономическим типам, на которой настаивает и Ленин. Чрезвычайно много внимания уделяет Меерварт и тому факту, что статистики совершенно не умеют справляться с динамикой экономического бытия и, что те новые признаки учитываемых об'ектов, которые несет с собою эта динамика, остаются вне поля их зрения. И таким образом выявляется, что, изучая промышленность высоко-развитого капитализма (Hoch-Kapitalismus), они подходят к ея счетным категориям, исходя из представлений о ремесленном или полу-ремесленном производстве. Не менее ценна и та критика, с которой подходит Меерварт к целому ряду других важных статистико-экономических категорий и в частности его критика методики учета ценности продукции в американских и английских переписях.

Резюмируем сказанное:

I. Экономическая жизнь не знает никаких „логических констант" и экономисту-статистику нечего делать с мистическими величинами, которые „должны" лежать в основе статистических рядов. Те константы, с которыми приходится иметь дело экономисту-статистику, это всегда эмпирические и пластические константы. Они всегда являются результатом, и никогда не являются причиной медленного темпа развития в тот или иной отдельный период или для тех или иных отдельных экономических моментов. Использование закона большого числа в экономической статистике означает лишь: 1) невозможность характеризовать массовые явления экономической жизни через отдельные, случайные или недостаточные в количественном отношении наблюдения и 2) необходимость характеризовать их с помощью обобщающих чисел, полученных в результате либо исчерпывающих наблюдений, либо изучения репрезантативной совокупности. Но в основе всех работ экономической статистики лежит представление о динамическом или „симптоматическом" (Кауфман) ряде, отражающем эволюцию экономической жизни. По отношению к этим рядам эмпирические константы, отра-

жающие медленное движение, являются лишь частным случаем. Равностаточность же и равновозможность, если они и имеют место в экономической действительности, то лишь в очень ограничительных по отношению ко времени и пространству условиях. Поэтому классическая и частостная теория вероятностей находит себе в экономической статистике лишь чрезвычайно ограниченное применение. Статистические же сводные величины всех типов никогда не могут служить для построения каких-бы то ни было экономических законов и норм, а могут служить лишь методом описания, и способом превращения теоретических категорий экономики в счетные категории.

II. Так называемая кривая Гаусса никоим образом не может служить для экономиста исходным пунктом в его статистических наблюдениях, ибо она является лишь условным математическим построением и ее „правильность“ не имеет ничего общего с действительной экономической закономерностью. Стремление обязательно ориентироваться на нее при изучении статистических коллективов удаляет нас с пути науки и приближает к пути мистики и метафизики. В статистическом описании она является лишь частным случаем, имеющим притом место весьма редко. Математика для математики так же мало имеет право на существование в экономической статистике, как и искусство для искусства в культурной жизни. Система кривых Пирсона представляет гораздо большие возможности для использования ее в статистическом описании экономической жизни, чем кривая Гаусса. Важнейшие типы асимметрических кривых, установленные Пирсоном, стараются охватить реальный мир асимметрического распределения. Однако, как это правильно указано в докладе Серебровского, самая классификация кривых Пирсона подчиняется лишь чисто-математическим требованиям, а не требованиям того материала, для обработки которого она предназначается. Отсюда ограниченность ее применения как в биологии, так и в экономике.

III. В основе работ экономической статистики должен лежать не идеальный случай в математике, а идеальный случай в экономике и все искусство экономиста-статистика именно и сводится к тому, чтобы уметь найти этот идеальный случай и на него ориентироваться. Все единицы счета, планы измерения, группировки, сводки и обобщающие числа, которыми пользуется экономист-статистик, должны исходить поэтому из четкого представления об экономической природе изучаемого материала. Так же, как и в других отраслях науки, его путь лежит от экономики к статистике, от материального анализа к числовому, а не обратно. И поскольку в практике мы далеко не всюду имеем такой строго-научный подход к делу, поскольку мы на каждом

шагу встречаемся со статистиками, которые подходят к своей работе с наивными эмпирическими или совершенно случайными представлениями об измеряемых ими экономических об'ектах, мы получаем хаотические груды цифр, обладающих весьма слабой „доказательной силой“ (Меерварт) и отнюдь не всегда могущих быть использованными для практических целей в экономическом строительстве. Буржуазная статистика в огромном большинстве случаев ориентируется при этом не на „живой поток исторического становления“ (Ястрембский), а на нормативные представления чрезвычайно условного характера. Цифры ее отличаются также мало сравнимостью, как и динамичностью по отношению к сколько-нибудь сложным явлениям экономической жизни, и имеют некоторую ценность лишь при самых простейших измерениях.

IV. Переход к строю организованного хозяйства прокладывает в экономической статистике совершенно новые пути. Уже в пределах буржуазного государства она выполняла некоторые необходимейшие функции в деле управления государственной машиной. Такие важные отрасли народного хозяйства, как транспорт и внешняя торговля, не могли уже и в буржуазном строе обойтись без постоянно функционирующего статистического аппарата. Ибо здесь государство уже давно имело дело с манипулированием большими массами и большими числами. Но управление организованным хозяйством возможно лишь при условии ясной числовой характеристики работы всех областей хозяйственной жизни и их взаимоотношения между собой. Здесь мы нуждаемся уже в статистике „народно-хозяйственного целого“ (Громан). А такая статистика в научном отношении является последним разделом политической экономии. И в этом разделе теоретические категории политической экономии принимают облик статистических величин, с помощью которых мы овладеваем большими массами и переходим к мышлению большими числами.

Товар и продукт сходят со страниц марксистской экономики и превращаются в огромные продуктовые и товарные массы, производимые и обращающиеся в мировом хозяйстве. Постоянный и переменный капитал, необходимый и прибавочный труд,—все эти категории, проанализированные Марксом в лабораторном порядке, приобретают реальный числовой аспект и характеризуют реальную экономику общества в сегодняшний день. А относительная и абсолютная величина прибавочного продукта сделается той детерминирующей величиной, которая определяет собой действительное благосостояние общества.

Количество переходит в качество. Наростания, изменения и переломы всех кривых общественного развития,

констатируемые экономистами-измерителями, будут играть в управлении организованным хозяйством такую же роль, какую играют точные числовые констатации для инженера, управляющего машиной. С той только разницей, что, будучи машиной гигантских размеров, механизм народного хозяйства требует от тех, кто им управляет, умения манипулировать большими числами.

Только при этих условиях к экономической статистике не будет применима та фраза, которую Ленин бросил в своем „материализме и эмпириокритицизма“ физикам-идеалистам: „материя исчезла, остались одни уравнения“.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Стр.

Предисловие. 3

М. Смит. — Сравнительная роль статистического и аналитического метода в научном исследовании 5

Б. Ястремский. — Динамика статистических рядов 25

А. Тимирязев. — Применение статистического метода в физике 56

Г. Вульф. — Статистический метод в кристаллографии 74

С. Богуславский. — Статистическая механика. . 85

В. Костицын. — Статистический метод в астрономии 95

М. Завадовский. — Статистический метод в изучении наследственности . . . 112

А. Серебровский. — Статистический метод в биологии 130

Г. Сахаров. — Затруднения при применении статистического метода в клинической медицине 166

М. Смит. — Экономика и статистика. 190

ОБЪЕДИНЕННАЯ БИБЛИОТЕКА И. К. П.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ.

СТР.:	СТРОКА:	НАПЕЧАТАНО:	СЛЕДУЕТ ЧИТАТЬ:
6	7 сверху	хотя“	хотя
6	сноска [2])	Improvement	I Improvement
6	„ [3]) и [4])	Ibidem	I bidem
9	10 снизу	Бембаверкианство	бембаверкианизм
11	11 „	Антидарвинизм	антидарвинизм
11	12 „	Энчмениада	энчмениада
11	6—7 „	капитала	продукта
12	19 и 22 сверху	Прусских	прусских
15	25 „	Кницман	Крицман
19	22 „	дело	дело с
20	12 „	Verwertund d-r	Verwertung der
22	сноска [3])	Ibidem	I bidem
35	8 снизу	$S = \frac{S}{z}$	$s = \frac{S}{z}$
35	4 „	$\mu^2 = \frac{p \cdot q}{S}$	$\mu^2 = \frac{p \cdot q}{s}$
36	12 „	$\alpha_1^2 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2$	$\alpha_1^2 = \mu_1^2 + \Theta\Delta^2$
41	10 „	$0{,}034179 = \mu_2^2 + \Theta\Delta^2$	$0{,}034179 = \mu_1^2 + \Theta\Delta^2$
47	13 „	$\alpha_1^2 = 30{,}20$	$\alpha_2^2 = 30{,}20$
57	11 сверху	?	k
62	20 снизу	грамм-атом	грамм-молекул
64	11 сверху	выдвинуть	вдвинуть
64	15 „	Sv	pv
66	6 „	С точки зрения	становясь на феноменологическую точку зрения
71	11 снизу	присутствование	существование
112	10 сверху	наследственности	наследственность
126	6 снизу	редицированными	редуцированными
137	7 сверху	$y = {}^{235.\ 323}\cos{}^{328023}$ $\Theta_e - 4.56967\ \Theta$	$y = 235,\ 323 \cos {}^{32,8023}$ $ae - {}^{4,56967}x$ где $x = 14{,}9917\ tg^a$
191	23 снизу	„Форма	форма
192	15 сверху	логических	логически
194	3 „	степени	степенью
194	4 „	ассиметрией	ассиметрии
195	2 „	идиографической	идеографически
197	10 „	(колокольников)	(Колокольников)
197	11 „	мистической,	мистической
197	12 „	пластическая,	пластическая
197	20 снизу	экономике...	экономике
198	3 сверху	материальн,	материальной
202	25 снизу	только	только с
203	7 „	$c + v + m$	$c + v \mp m$
211	10 сверху	Эмпириокритицизма	Эмпириокритицизме

Цена 1 р. 50 к.